

“Impacto de la pandemia del COVID-19 en la tendencia de crecimiento económico en
Colombia”



Presentado por:

Wilson Andres Martinez Parra

Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca

Facultad de Administración y Economía

Programa de Economía

Trabajo de Grado

Bogotá D.C., 15 de mayo 2024

Resumen

El objetivo de esta investigación es identificar si hubo o no un cambio estructural en la tendencia de crecimiento económico en Colombia a partir del año 2020 como consecuencia de la pandemia del Covid-19. Para ello, se realiza un modelo econométrico autorregresivo de series de tiempo, luego de desestacionalizar la serie con un suavizado exponencial doble. Para estimar los modelos de autorregresivos se descompuso la serie trimestral del PIB de Colombia entre los años 1977 y 2023 con los filtros de Hodrick-Prescott y Christiano-Fitzgerald, lo que sirve para encontrar el ciclo y la tendencia de la serie previamente suavizada. Con base en esto, se realiza la prueba de Wald específica para verificar si hubo cambios estructurales en la tendencia en el segundo trimestre del 2020 a causa de la pandemia del Covid-19. De igual forma, se realizan pruebas como las de White y Durbin-Watson, para demostrar la significancia del modelo y que este se ajuste a los supuestos de los autorregresivos. Como resultado, se evidencia que, si existió un cambio estructural en la tendencia de Colombia en el segundo trimestre del 2020, dado que el estadístico de la prueba de Wald dio un valor de 0,00; rechazando la hipótesis nula y aceptando la alternativa, demostrando la evidencia estadística de un cambio estructural, con efecto negativo en el crecimiento económico del país.

Palabras clave: Crecimiento económico, cambio estructural, tendencia, PIB, series de tiempo, filtro de regresión de Hamilton, filtro Hodrick-Prescott, filtro Christiano-Fitzgerald, filtro Baxter and King, prueba de Wald.

Clasificación JEL: C32, C51, O47

Abstract

The objective of this research is to identify whether or not there was a structural change in the economic growth trend in Colombia starting in 2020 as a consequence of the Covid-19 pandemic. To do this, an autoregressive econometric time series model is carried out, after deseasonalizing the series with double exponential smoothing. To estimate the autoregressive models, the quarterly series of Colombia's GDP between 1977 and 2023 was decomposed with the Hodrick-Prescott and Christiano-Fitzgerald filters, which serves to find the cycle and the trend of the previously smoothed series. Based on this, the specific Wald test is carried out to verify whether there were structural changes in the trend in the second quarter of 2020 due to the Covid-19 pandemic. Likewise, tests such as White and Durbin-Watson are carried out to demonstrate the significance of the model and that it conforms to the assumptions of the autoregressive models. As a result, it is evident that there was a structural change in the trend in Colombia in the second quarter of 2020, since the Wald test statistic gave a value of 0.00; rejecting the null hypothesis and accepting the alternative, demonstrating the statistical evidence of a structural change, with a negative effect on the country's economic growth.

Keywords: Economic growth, structural change, trend, GDP, time series, Hamilton regression filter, Hodrick-Prescott filter, Christiano-Fitzgerald filter, Baxter and King filter, Wald test.

JEL classification: C32, C51, O47

Contenido

Introducción	7
1. Revisión literatura teórica	8
1.1 Filtro de Hodrick-Prescott.....	8
1.2 Filtro de Baxter – King	9
1.3 Método de regresión de Hamilton	9
1.4 Filtro de Christiano-Fitzgerald.....	10
1.5 Prueba de Wald.....	13
2. Revisión literatura empírica	14
3. Hechos estilizados (análisis de datos)	16
4. Resultados econométricos e interpretaciones	18
4.1 Resultados Hodrick-Prescott	18
4.2 Resultados Christiano-Fitzgerald	21
4.3 Resultados Baxter and King	24
5. Conclusiones y recomendaciones	26
6. Bibliografía	28
ANEXOS	32
Anexo 1. Método de suavización exponencial doble.	32
Anexo 2. Prueba de White para la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.	32
Anexo 3. Prueba de Durbin-Watson para la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.	32
Anexo 4. Prueba de White para el logaritmo de la tendencia del filtro de Hodrick- Prescott.	33
Anexo 5. Prueba de Durbin-Watson y prueba de White para el logaritmo de la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.....	33
Anexo 6. Prueba de White para la tendencia del filtro de Christiano-Fitzgerald.....	34

Anexo 7. Prueba de Durbin-Watson para la tendencia del filtro de Christiano-Fitzgerald.....	34
--	-----------

Índice de tablas

Tabla 1. Resumen características de los filtros.....	12
Tabla 2. Regresión Lineal (MCO) con errores robustos del PIB de Colombia	20
Tabla 3. Prueba de Wald específica (Sbknown)	20
Tabla 4. Regresión Lineal (MCO) con errores robustos del PIB de Colombia	23
Tabla 5. Prueba de Wald específica (Sbknown)	23
Tabla 6. Resumen resultados de los filtros	25

Introducción

La incidencia que tuvo el covid-19 en la tendencia del PIB en Colombia, es un tema de gran importancia para analizar los efectos ocasionados por eventos naturales en las economías y como estos ayudan a determinar las políticas y medidas necesarias para la recuperación de las crisis y la magnitud a la que se vieron afectadas las economías. Es de gran interés evaluar, con datos estadísticos, el efecto significativo de la crisis causada por el COVID-19 en la economía. En particular, se quiere determinar econométricamente si hubo un cambio significativo en la tendencia del PIB de Colombia y si este fue de magnitud negativa o positiva para el crecimiento económico a largo plazo.

Además, es fundamental analizar las posibles medidas de recuperación que las economías pueden implementar. Para ello se presentan documentos relevantes como el de Cordero, Casares, Fidel, Santillán y Mórolo que hablan de los cambios estructurales en diferentes ramas de la economía y también, de los efectos que tuvo la pandemia del Covid-19 en varias economías. En ese orden de ideas, el documento no solo aporta un análisis de las consecuencias de uno de los eventos más recientes a nivel global que tuvo implicaciones en muchas economías a través del mundo, sino que también, aporta una metodología de análisis para la determinación de cambios estructurales teniendo como referente pruebas econométricas y métodos estadísticos. Con base a esto, se busca resolver la pregunta: **¿Cuál ha sido el impacto de la pandemia del COVID-19 en la tendencia de crecimiento económico en Colombia?**

Por esto, el objetivo de esta investigación es identificar si hubo o no un cambio estructural en la tendencia de crecimiento económico en Colombia a partir del año 2020 como consecuencia de la pandemia del Covid-19. Esto a través de un modelo autorregresivo, que se estima a través de la descomposición de la serie temporal en su tendencia y ciclo con los filtros de Hodrick-Prescott, Baxter and King, Hamilton y Christiano-Fitzgerald, y aplicando la prueba específica de Wald. Además, se utilizará la revisión de la literatura empírica y la literatura teórica para demostrar los cambios estructurales en la tendencia, aplicándolo a los datos del crecimiento trimestral del PIB en Colombia entre los años 1977 y 2023. Por lo tanto, el documento se divide en 5 secciones; la revisión de literatura teórica, revisión de la literatura empírica, hechos estilizados, resultados e interpretaciones y las conclusiones y recomendaciones finales.

1. Revisión literatura teórica

En esta sección se analiza la literatura teórica referente a como se determina la tendencia, el ciclo y la estacionalidad en una serie temporal, partiendo como referente de los filtros de Hodrick-Prescott, Baxter and King, Christiano-Fitzgerald; además, se explica el método de Regresión de Hamilton, con el fin de utilizar métodos alternativos para la descomposición de series. Luego, se describe la prueba de Wald para determinar la existencia de cambios estructurales en modelos de series de tiempo para la tendencia de cada filtro y los pasos para realizar la prueba de hipótesis.

1.1 Filtro de Hodrick-Prescott

El filtro de Hodrick-Prescott es un método utilizado para descomponer una serie de tiempo en dos componentes: el componente cíclico y el tendencial de la serie. La importancia de la tendencia en la descomposición de la serie temporal se presenta a través de la variable lambda (λ), donde un valor alto suaviza la tendencia y un valor bajo la hace más volátil. Hodrick y Prescott recomiendan un valor de lambda de 1600 para series trimestrales, según lo mencionan Hodrick & Prescott (1997). De acuerdo con esto, la ecuación general del filtro es:

$$H = \min \sum_{t=1}^T (y_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(T_{t+1} - T_t) - (T_t - T_{t-1})]^2 \quad (1)$$

El primer componente de la ecuación es el comportamiento cíclico de la serie, el cual se divide en dos variables, y_t representa la serie original de los datos; y T_t es la tendencia de la serie. De este modo, el filtro de Hodrick-Prescott descompone la serie de tal forma que, la tendencia sigue a los datos originales. Además, la ventaja de este filtro es que facilita la minimización de una función y es eficiente para encontrar cambios estructurales en series de tiempo. Sin embargo, también presenta desventajas como su sensibilidad al valor de lambda y la posibilidad de suavizar demasiado la tendencia de la serie, como mencionan Ravn & Uhlig (s/f).

1.2 Filtro de Baxter – King

El filtro Baxter-King es una herramienta útil para el análisis de series temporales, especialmente para identificar las tendencias a largo plazo. El objetivo de este filtro es descomponer la serie temporal en las fluctuaciones cíclicas dependiendo de sus frecuencias, permitiendo una mejor comprensión del comportamiento de los datos. En ese orden de ideas, la forma general en la que se presenta el filtro de Baxter and King para descomponer una serie temporal es la siguiente, según Pizarro (2001):

$$b(B) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h B^h \quad (2)$$

Siguiendo a Baxter y King (1995), el filtro opera de forma flexible, debido a que se adapta fácilmente a diversos contextos económicos y tipos de modelos de series temporales. Entre sus ventajas, se destaca su eficacia para preservar las tendencias de baja frecuencia, eliminar el ruido y ofrecer una visualización más clara de los datos. Sin embargo, el filtro también tiene desventajas al utilizarlo, la elección de los parámetros puede ser crucial para obtener resultados precisos, y la eliminación de datos al inicio y final de la serie puede generar inexactitudes. Además, el rendimiento del filtro depende de las especificaciones del modelo sobre la serie temporal, ya que, la determinación de los parámetros del modelo puede influir significativamente en cambios en los resultados del modelo.

1.3 Método de regresión de Hamilton

Hamilton (2017) propone un filtro de regresión como solución alternativa a los inconvenientes del filtro de Hodrick- Prescott. Afirma que la información sobre el ciclo económico puede obtenerse inmediatamente a partir de estimaciones de series temporales utilizando un método MCO que incorpore previsiones de error seleccionadas de una forma más efectiva. Las principales ventajas de aplicar el filtro de regresión de Hamilton son que; permite ajustar el número de rezagos para adaptarse a diferentes características de series de tiempo, como la longitud y la volatilidad, y detecta fluctuaciones de la tendencia a lo largo del tiempo, por lo que es útil para series temporales no estacionarias y para modelos autorregresivos. Sin embargo, también presenta desventajas como la elección de número de rezagos que puede afectar los resultados y generar volatilidad en el componente cíclico.

Según Dritsaki M. & Dritsaki C. (2022), la formula del modelo de regresión de Hamilton se expresa de la siguiente manera:

$$Y_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + e_{t+h} \quad (3)$$

En la ecuación 3, se estima un modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) teniendo en cuenta los periodos anteriores de la serie y sus estimadores; por lo que, los rezagos del modelo ayudan a determinar cambios y predicciones en la serie.

1.4 Filtro de Christiano-Fitzgerald

El filtro de Christiano-Fitzgerald es un método para separar series temporales en su tendencia y ciclo, a través de aproximaciones de paso de banda; para facilitar estimaciones, predicciones o interpretaciones estadísticas, principalmente en análisis económicos o econométricos. Este filtro ofrece varias ventajas, en comparación con el filtro de Hodrick-Prescott, proporciona una mayor precisión, capturando mejor los ciclos económicos largos y permite ajustar el grado de suavizado de manera flexible. Sin embargo, tiene desventajas como su implementación, ya que es más complejo que otros filtros. Por otro lado, puede ser sensible dependiendo de la elección de los parámetros, lo que puede generar distorsiones en los resultados de la serie, según mencionan Christiano & Fitzgerald (2003). Con base a esto, la formula general del filtro está definida de la siguiente manera:

$$B(L) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_j L^j \quad (4)$$

En la fórmula 4, el parámetro L^j representa la longitud de los datos de la muestra que se van a filtrar. La ecuación 4.1 presenta la condición del parámetro de longitud del filtro, el cual tiene en cuenta los datos de entrada en el periodo actual t y los periodos pasados x_{t-1} y los filtra en un rango de frecuencias.

$$L^l x_t = x_{t-l} \quad (4.1)$$

Siguiendo a Christiano & Fitzgerald (2003), el filtro es una aproximación de datos finitos al filtro de paso de banda ideal, el cual tiene la función de minimizar el error cuadrático promedio de la muestra para lograr suavizar y descomponer la serie temporal.

A continuación, la Tabla 1 presenta los filtros definidos anteriormente, donde se analizan las ventajas y las desventajas de utilizar cada uno de los filtros en series de tiempo; así mismo, se presentan las ventajas comparativas o diferencias entre los filtros, con el objetivo de determinar diferentes metodologías de descomposición de series temporales, a través de sus propiedades y limitaciones en el manejo de datos. Además, se detallan las principales características en la implementación de estos filtros.

Tabla 1. Resumen características de los filtros

Filtros	Hodrick - Prescott	Baxter and King	Hamilton	Christiano-Fitzgerald
Ventajas	Es un método fácil de aplicar y es útil para eliminar las fluctuaciones a corto plazo; además, funciona para detectar tendencias a largo plazo en una serie temporal.	Permite enfocarse en ciclos de una duración determinada; es útil para aislar componentes cíclicos dentro de rangos de frecuencia específicos.	Permite ajustar el número de rezagos para diferentes series de tiempo; detecta fluctuaciones de tendencia a largo plazo, lo cual es útil para series no estacionarias.	Reduce la dimensionalidad del conjunto de datos, lo que facilita la visualización e interpretación de los resultados. Además, el filtro elimina la colinealidad entre las variables, lo que mejora la precisión de los modelos estadísticos.
Desventajas	El parámetro λ en el filtro es potencialmente influyente ya que es objetivo en la implementación de este, al tener un carácter significativo y arbitrario hace que esta variable afecte los resultados en la descomposición de tendencia de la serie temporal.	La elección de los parámetros de móviles infinitas podría suavizar la serie temporal más de lo necesario, de tal forma que influya en los resultados del cálculo de tendencias. Además, los parámetros pueden ser más sensibles a valores atípicos en la serie temporal.	Puede generar volatilidad en los ciclos económicos, lo cual afecta los resultados o el enfoque del investigador. Así mismo, se debe ser cuidadoso con el número de rezagos elegidos, ya que pueden influir en los resultados.	Puede ser difícil de aplicar en algunos casos, especialmente cuando las variables están altamente correlacionadas y puede ser sensible a la elección de los parámetros, lo que puede afectar los resultados del análisis.
Diferencias	El filtro de Hodrick-Prescott es más fácil de utilizar en series de tiempo que los otros filtros debido a que solo se ajusta un parámetro a diferencia del de Baxter and King que son dos y no se necesita correr un modelo de regresión como el de Hamilton.	El filtro de Baxter-King permite controlar el grado de suavización de la tendencia y la variabilidad cíclica. A diferencia de los otros filtros, al suavizar la serie, se tienen en cuenta los rezagos de los periodos anteriores, por lo que facilita la identificación de tendencia a largo plazo.	El filtro de Hamilton a comparación del filtro de Hodrick- Prescott y Baxter-King, no maneja suavizado. Al contrario, se enfoca en una regresión lineal de serie tiempo, la cual la evalúa contra sus rezagos.	El filtro Christiano-Fitzgerald ofrece una mayor precisión en la identificación de los componentes cíclicos de la serie temporal, especialmente en ciclos de corta duración. Además, es más robusto a la presencia de colinealidad entre las variables, lo que los hace más confiable ante otros filtros.

Fuente: Elaboración propia.

1.5 Prueba de Wald

Siguiendo a Andrews, D. W. K. (1993), la prueba de Wald es un método estadístico utilizado en econometría principalmente para detectar la presencia de cambios estructurales en un modelo de regresión. Esta prueba permite evaluar si los parámetros del modelo permanecen constantes a lo largo del tiempo o si experimentan un cambio significativo en un punto específico del tiempo.

La prueba de Wald funciona mediante la comparación de dos modelos: un modelo restringido, que asume que los parámetros son constantes, en todo el período de observación, y un modelo sin restricciones que permite que los parámetros cambien en un punto de quiebre desconocido. La diferencia en la estadística de verosimilitud entre estos dos modelos se utiliza para calcular una estadística de prueba que sigue una distribución chi-cuadrado. Si el valor p de la prueba es menor que el nivel de significancia preestablecido, se rechaza la hipótesis nula de parámetros constantes, lo que indica que existe evidencia de un cambio estructural en el modelo, según menciona Andrews, D. W. K. (1993). Estos parámetros se ilustran en su fórmula general del estadístico de W de la prueba de Wald:

$$W_T(\pi) = T \left(\hat{\beta}_1(\pi) - \hat{\beta}_2(\pi) \right)' x \left(\hat{V}_1(\pi)/\pi + \hat{V}_2(\pi)/(1-\pi) \right)^{-1} \left(\hat{\beta}_1(\pi) - \hat{\beta}_2(\pi) \right) \quad (5)$$

En esta ecuación, se tienen presentes $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ como los parámetros o estimadores de los periodos antes y después del año de análisis respectivamente; también los \hat{V}_1 y \hat{V}_2 como las matrices de varianza-covarianza de los estimadores $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$.

Ahora bien, para realizar la prueba de Wald específica en modelos autorregresivos de series de tiempo, los pasos a seguir son los siguientes según el programa Stata:

1. Estimar el modelo Autorregresivo con las variables a analizar con un modelo de regresión lineal (MCO).
2. Realizar una prueba para encontrar el nivel de rezagos óptimos para el modelo, es recomendable utilizar la prueba de Varsoc.
3. Estimar el modelo autorregresivo, teniendo presentes los rezagos.

4. Realizar las pruebas de Heteroscedasticidad, autocorrelación de residuos y estacionalidad, y las respectivas correcciones en caso de ser necesarias.
5. Realzar la prueba de Wald específica con el comando (Sbknown), especificando el año que se requiera o donde se sospeche la presencia estadística de un cambio estructural.
6. Interpretar los resultados de la prueba y aceptar o rechazar la hipótesis nula, H_0 : No existe evidencia estadística de cambio estructural.

2. Revisión literatura empírica

En esta sección se analizan artículos de investigación que relacionan el crecimiento económico con cambios estructurales, partiendo como referente de las metodologías que se utilizan en las investigaciones; además, de sus objetivos, y resultados cuantitativos y cualitativos, con el fin de tener más claridad sobre los cambios estructurales y sus implicaciones.

Según presenta Ocampo J. y Romero C. (2023), en el capítulo de su libro se pretende descomponer el PIB de Colombia y el PIB de otros países de Latinoamérica con el objetivo de comparar y analizar las fluctuaciones cíclicas y tendencia de cada serie entre los años 1900 y 2019. Analiza las diferentes crisis y eventos importantes que han ocurrido en este periodo de tiempo, principalmente periodos entreguerras y crisis financieras causadas por eventos externos; también, se busca evidenciar cambios estructurales en la serie como consecuencia del crecimiento económico en Colombia y en la región de Latinoamérica. Para esto, utiliza el filtro de paso de banda de Christiano-Fitzgerald para descomponer la serie en su ciclo y tendencia; así mismo, para determinar los cambios estructurales, construye indicadores de sanidad y educación como determinantes del avance social. Los resultados mostraron que el ciclo y la tendencia de Latinoamérica y Colombia se vieron afectados principalmente en los años 1929, 1970, 2000 y 2008; y se concluye que la tendencia de ambas series ha tenido un crecimiento significativo a partir de 1970, el sector de las exportaciones representando un 10% del avance de las regiones. Por último, se demuestra con los indicadores de avance social de Colombia que el crecimiento no es estable al largo plazo.

Según Cardero, M. E., & Aroche, F. (2008), en su artículo de investigación se pretende analizar el impacto de la apertura comercial en el cambio estructural de la economía mexicana,

donde utilizan un modelo de equilibrio general computable para estimar el impacto de la apertura comercial en la estructura económica de México. El modelo considera el comportamiento de los agentes económicos, como las empresas, los consumidores y el gobierno en el periodo entre 1985 y 2005, además se realiza una matriz insumo-producto para el año 1993. Los resultados muestran que un aumento de 1.00% en la apertura comercial se asocia con un aumento de 0.15% en el crecimiento del PIB per cápita y además, la apertura comercial ha tenido un impacto positivo en la productividad y la competitividad de la economía mexicana.

De acuerdo con Casares, E. R. (2007), su trabajo de investigación busca analizar la relación entre la productividad, el cambio estructural en el empleo y el crecimiento económico en México. La metodología que implementa en su investigación fue una descomposición de Oaxaca-Blinder y pruebas de causalidad entre los años 1980 y 2000. Los resultados demuestran que la productividad es un factor importante en el crecimiento económico, un aumento del 1,0% de la productividad conduce a un aumento del 0,3% del crecimiento económico, también se demuestra que hubo un cambio estructural en el empleo por un impacto positivo o negativo en el crecimiento económico, dependiendo de la productividad de los sectores que se expanden y se contraen; por lo que Casares señala que el cambio estructural en el empleo ha sido un factor importante en el crecimiento económico de México en las últimas décadas.

Como afirma Morelos, J. B., su artículo de investigación pretende analizar las tendencias y el cambio estructural de la participación de la mujer en la actividad económica en México entre 1970 y 2000. Para esto utiliza datos de la Encuesta Nacional de Empleo y Ocupación (ENOE), para calcular las tasas específicas de participación laboral femenina por edad, estado civil, nivel de educación y región, para ello, Morelos utiliza un modelo de regresión lineal múltiple. Los resultados cuantitativos del estudio muestran que la participación laboral femenina en México aumentó significativamente entre 1970 y 2000. En particular, la tasa de participación laboral femenina pasó del 23,1% en 1970 al 40,7% en 2000. El estudio también encuentra que el cambio estructural en la participación laboral femenina ha sido significativo, principalmente en los sectores urbanos y en los sectores de servicios y comercio.

Según Fidel, A. R., en su trabajo de investigación analiza la hipótesis de coeficientes decrecientes en la economía mexicana. El autor utiliza un modelo de regresión lineal múltiple,

donde la variable dependiente es el vector de coeficientes técnicos de la matriz insumo-producto para México, aplicándolo a datos de la matriz de insumo-producto (MIP) de México para 1970, 1980 y 1990. Los resultados cuantitativos del estudio muestran que la hipótesis de coeficientes decrecientes se cumple en la economía mexicana. El estudio muestra que los coeficientes técnicos de la MIP han disminuido en todos los sectores de la economía durante el periodo de estudio. Además, el coeficiente de regresión para la variable cambio estructural es -0.02, lo que significa que un aumento del 1,00% en el cambio estructural provoca una disminución del 0.02% en los coeficientes técnicos.

De acuerdo con Santillán (2023), su artículo de investigación busca analizar el impacto de la relación comercial entre América Latina y China en las estructuras productivas de los países latinoamericanos. Pérez utiliza el modelo Leontief para hacer un análisis de descomposición estructural con base en las matrices insumo-producto del Banco Asiático de Desarrollo para el periodo 2007-2017. Los resultados del estudio muestran que la relación comercial con China ha tenido un impacto significativo en las estructuras productivas de los países latinoamericanos. Así mismo, la relación comercial con China ha llevado a un aumento de la producción en un 10.2% y del empleo en los sectores exportadores en un 14.4%, principalmente en los sectores de manufacturas y servicios. También ha llevado a una disminución de la producción y el empleo en los sectores no exportadores. Estos resultados sugieren que la relación comercial con China ha contribuido a la diversificación de las exportaciones latinoamericanas y a la mejora de la competitividad de los países latinoamericanos. Sin embargo, también ha tenido un impacto negativo en la distribución del ingreso, ya que, ha aumentado la desigualdad entre los trabajadores de los sectores exportadores y no exportadores.

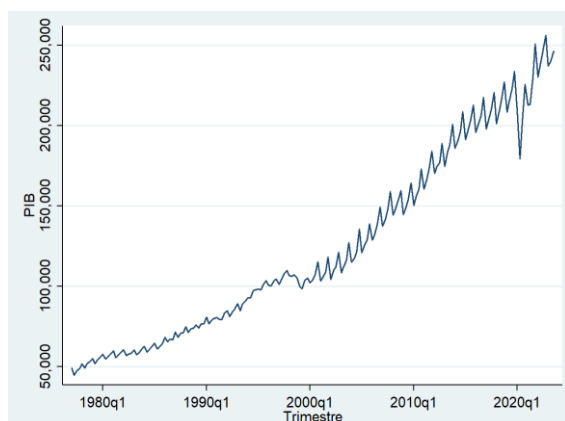
3. Hechos estilizados (análisis de datos)

En esta sección, se utilizan los métodos de descomposición de series temporales descritos en la sección 2, con el objetivo de obtener el ciclo y la tendencia del PIB y así observar su comportamiento a través del tiempo, en especial en el periodo pandémico. Para esto, se utiliza el programa Stata para suavizar la serie y volverla una serie desestacionalizada, con la cual se gráfica y analiza el ciclo y la tendencia del PIB.

A continuación, el Gráfico 1 presenta la tendencia del PIB con información recopilada del DANE (2023), donde se puede observar que la tendencia del producto interno del país ha tenido volatilidad en diferentes puntos del tiempo, la más notoria es en el periodo después del 2020, siendo la pandemia del covid-19 el evento con mayor impulso; por lo que, podría tener probabilidades estadísticas de que exista un cambio estructural en este periodo de tiempo. Analizando el comportamiento de la tendencia en el Gráfico 1, se observa que, a partir del primer trimestre del 2010, la tendencia ha sido más volátil, lo que podría resultar en posibles brechas o cambios estructurales en diferentes puntos de la serie a partir de este periodo de tiempo. A pesar de esta volatilidad, también es importante mencionar que la tendencia tiene una pendiente positiva, lo que indica el crecimiento económico que tuvo el país a través de los años.

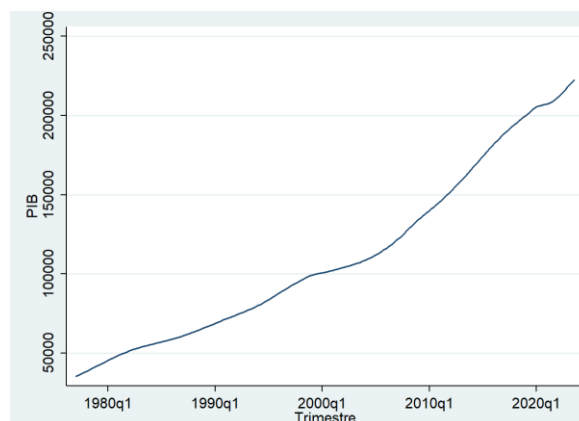
En el Gráfico 2, se utilizó el método de suavización exponencial doble (SED) para suavizar la tendencia del PIB y desestacionalizar la serie, teniendo como referente el método de Holt-Winters, el cual es el método que mejor se ajusta a la serie de tiempo en análisis, esto debido a que es utilizado principalmente para series con tendencia y sin estacionalidad; la suavización exponencial doble es utilizada a través de una suavización simple (SES) aplicada dos veces, lo que permite que este método sea el más efectivo para el modelo autorregresivo que se utiliza en las pruebas; se basa principalmente en que se adapta fácilmente a cambios y tendencias, según afirma Winters (1960). Igualmente en este gráfico se muestra la serie ya suavizada y se puede observar que se corrigió la estacionalidad; además, se observa que en el segundo trimestre del año 2020 tiene una pequeña fluctuación, lo que podría demostrar una posible ruptura o cambio estructural en dicho periodo, estos comportamientos en la tendencia también se observan en diferentes periodos de la serie como en los años 2000 y 2006 donde la serie presenta un crecimiento marginalmente decreciente y variaciones en la tendencia para los años posteriores a estas fechas.

Gráfico 1. PIB trimestral Colombia
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: DANE, Cálculos propios.

Gráfico 2. Tendencia del PIB trimestral de Colombia
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

4. Resultados econométricos e interpretaciones

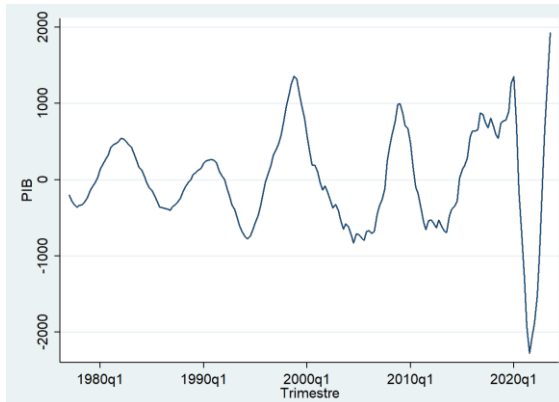
En esta sección se realiza la prueba de Wald para determinar si hubo evidencia de un cambio estructural a partir del año 2020, teniendo en cuenta lo explicado en la sección 1.5, las pruebas se realizan después de descomponer la serie en su tendencia y ciclo con los filtros mencionados en la sección 1, y luego de estimar los modelos autorregresivos teniendo en cuenta los supuestos del modelo y los pasos a seguir mencionados en la sección 1.5.

4.1 Resultados Hodrick-Prescott

Al descomponer el PIB con el filtro de Hodrick-Prescott, se obtiene el ciclo y la tendencia de la serie, el Gráfico 3 muestra el ciclo en un periodo trimestral desde 1977 hasta 2023. Aquí se puede observar que el PIB tiene varias fluctuaciones, según la revista BBC (2020) las más visibles fueron en los años 2000 que tuvo un aumento significativo por los avances sociales y de infraestructura que tuvo el país, 2008 con una caída por la crisis financiera bursátil de la época, 2010 con la recuperación de la crisis y 2020 con una caída de gran magnitud ocasionada principalmente por la pandemia del Covid-19. También se evidencia que, al utilizar el filtro con una parametrización con nivel de suavizado de 1.600, el cual es el recomendado para series trimestrales según Hodrick y Prescott (1997); al descomponer la serie, se puede observar su comportamiento sin eliminar datos de ningún periodo. El Gráfico 4, muestra la tendencia después de aplicar el filtro, y se evidencia que, esta tiene una pendiente menor con respecto a los otros filtros y un crecimiento marginalmente decreciente a partir del 2009, debido a su lenta recuperación de la crisis bursátil del 2008. Del mismo modo, en el primer trimestre del año

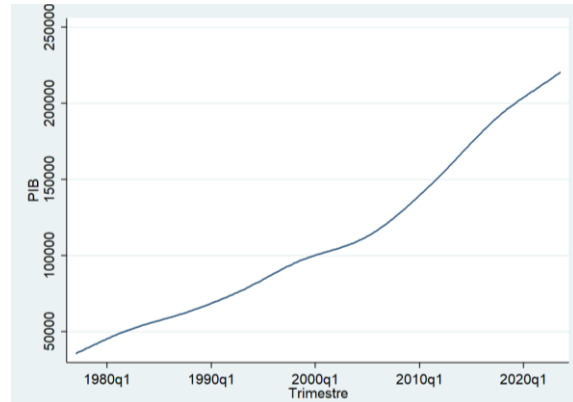
2000 y en el segundo trimestre del año 2020 la curva tiende a ser más convexa y con una pendiente menor, lo que podría demostrar una posible existencia un cambio estructural en estos periodos de la serie.

Gráfico 3. Ciclo Filtro Hodrick-Prescott
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4. Tendencia Filtro Hodrick-Prescott
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

A continuación, se realiza el modelo autorregresivo (AR) para la tendencia del PIB, donde inicialmente se estima un modelo de regresión lineal (MCO) con esta variable, donde el modelo dio significativo; después de esto se realiza una prueba de Varsoc, teniendo en cuenta el criterio de Hannan y Quinn (HQC) para determinar el número de rezagos óptimos del modelo autorregresivo para series trimestrales; la cual dio como resultado que el número de rezagos óptimos para este modelo es de tres. Con base en esto, para realizar el modelo autorregresivo se realizan los siguientes pasos:

1. Verificar estacionalidad de la serie. En este caso se realiza la corrección de estacionalidad con el método de suavización exponencial doble (SED) mencionada en la sección 3.
2. Verificar que no exista autocorrelación entre los datos de la serie. Para ello, se utiliza la prueba de Durbin Watson y se corrige sacando las diferencias logarítmicas de la variable tendencia para corregir autocorrelación en los datos.
3. Verificar heterocedasticidad en la serie. Para ello, se utiliza la prueba de White con hipótesis nula H_0 : evidencia de Homocedasticidad; donde la prueba con la variable tendencia se rechaza H_0 , por lo que existe evidencia de heterocedasticidad en la serie temporal, por lo que para corregir la heterocedasticidad del modelo si utiliza una estimación de una regresión lineal con errores robustos. Una vez revisados y corregidos

los supuestos del modelo autorregresivo se obtienen los resultados ilustrados en la Tabla 2.

Tabla 2. Regresión Lineal (MCO) con errores robustos del PIB de Colombia

PIB trimestral Colombia	Coefficientes	Errores Robustos	t P > t
<i>Rezago con diferencia 1</i>	2,93	0,01	248,86 (0,00)
<i>Rezago con diferencia 2</i>	-2,88	0,02	-124,70 (0,00)
<i>Rezago con diferencia 3</i>	0,94	0,01	83,05 (0,00)
<i>Constante</i>	0,00	0,00	4,13 (0,00)
<i>Probabilidad F</i>	0,00		
<i>R²</i>	1,00		
<i>N. de observaciones</i>	183		

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3, se presentan los resultados de la prueba de Wald realizada al modelo autorregresivo de la tendencia en el segundo trimestre del 2020, ya que es el periodo con más probabilidad de demostrar un cambio estructural ocasionado por la pandemia del Covid-19, según los datos del Grafico 4. Teniendo en cuenta esto, la hipótesis nula de la prueba dice que H_0 : No hay evidencia estadística de cambio estructural; con base en esto, la prueba dio como resultado un P-valor de 0,00 lo que indica que se rechaza la hipótesis nula H_0 al ser menor a 0,05 y se comprueba la existencia de un cambio estructural para este periodo de tiempo en la tendencia de Colombia.

Tabla 3. Prueba de Wald específica (Sbknown)

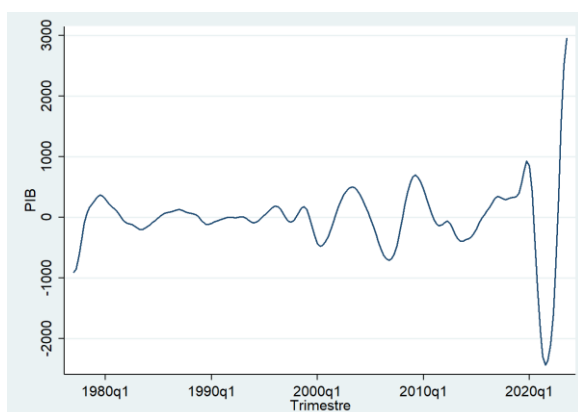
PIB trimestral Colombia	
<i>Chi-Cuadrado</i>	120,64
<i>P-Valor</i>	0,00
<i>N. Observaciones</i>	183

Fuente: Elaboración propia.

4.2 Resultados Christiano-Fitzgerald

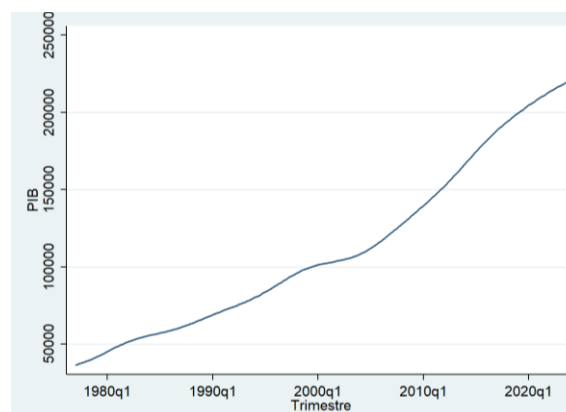
Ahora bien, después de descomponer la serie del PIB con el filtro de Christiano Fitzgerald se obtiene nuevamente el ciclo y la tendencia del PIB trimestral entre 1977 y 2023 sin eliminar ningún dato de la serie temporal. El Gráfico 5 presenta el ciclo del PIB, donde se destaca que no tiene tantas fluctuaciones bruscas a través de la serie, sin embargo, se puede observar que en el segundo trimestre del año 2020 se encuentra la caída más significativa de la serie, causada principalmente por la pandemia del Covid-19; del mismo modo, se observa una caída en el periodo del año 2008 pero de forma más suavizada. El Gráfico 6 muestra la tendencia obtenida después de aplicar el filtro, y se destaca que, a diferencia de los demás filtros, en este es más evidente que el PIB de Colombia ha tenido un crecimiento marginalmente decreciente; después del año 2008 la tendencia se comporta de manera diferente, esto debido a la recuperación de la crisis financiera bursátil del 2008 según lo expresa la revista BBC (2020). Además, la tendencia del PIB desde 1977 hasta el año 2000 tiene una pendiente menor que en los años posteriores, lo que demuestra el impulso que tuvo el crecimiento económico del país a partir del año 2000; sin embargo, se evidencia que la curva de la tendencia en los últimos 4 años ha tomado una curvatura convexa, especialmente en el segundo trimestre y tercer trimestre del 2020, por lo que podría existir evidencia estadística de un cambio estructural en este periodo como consecuencia de la crisis ocasionada por la pandemia del Covid-19.

Gráfico 5. Ciclo Filtro Christiano Fitzgerald
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 6. Tendencia Filtro Christiano Fitzgerald
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

Ahora se realiza el modelo autorregresivo (AR) para la tendencia del PIB, donde se utiliza una regresión lineal (MCO) y posteriormente se realiza la prueba de Varsoc, para mirar el nivel

de rezagos óptimos de la tendencia, el cual dio como resultado un total de cuatro rezagos según el criterio de Hannan y Quinn (HQC) para series trimestrales. Con base en esto, para realizar el modelo autorregresivo se realizan los siguientes pasos:

1. Verificar estacionalidad de la serie, en este caso se realiza la corrección de estacionalidad con el método de suavización exponencial doble (SED) mencionada en la sección 3.
2. Verificar que no exista autocorrelación entre los datos de la serie, para esto, se utiliza la prueba de Durbin Watson, donde los resultados demostraron que la serie no tiene problemas de autocorrelación entre sus datos ni en sus errores, esto se debe a que el filtro de Christiano-Fitzgerald corrige colinealidad en las series temporales al mismo tiempo que las suaviza.
3. Verificar heterocedasticidad en la serie, en donde, se utiliza la prueba de White con hipótesis nula H_0 : Evidencia de Homocedasticidad; en este caso se rechaza H_0 , debido a que existe evidencia de heterocedasticidad en la serie temporal al dar una probabilidad de chi-cuadrado menor a 0,05; también se utilizó la prueba de Breusch-Pagan con hipótesis nula H_0 : Evidencia de Homocedasticidad, donde también se rechazó H_0 , por lo que para corregir la heterocedasticidad del modelo si utiliza una estimación de una regresión lineal con errores robustos para la presencia de heterocedasticidad.

La Tabla 4 muestra los resultados del modelo autorregresivo de la tendencia una vez corregida la heterocedasticidad del modelo, donde las variables dan significativas, a excepción de la constante, pero esta no se omite debido a que esto podría afectar los resultados para la detección de cambios estructurales.

Tabla 4. Regresión Lineal (MCO) con errores robustos del PIB de Colombia

PIB trimestral Colombia	Coefficientes	Errores Robustos	t P > t
<i>Rezago 1</i>	1,87	0,07	27,12 (0,00)
<i>Rezago 2</i>	-1,25	0,17	-7,56 (0,00)
<i>Rezago 3</i>	0,88	0,19	4,66 (0,00)
<i>Rezago 4</i>	-0,50	0,09	-5,77 (0,00)
<i>Constante</i>	27,63	17,08	1,62 (0,11)
<i>Probabilidad F</i>	0,00		
<i>R²</i>	1,00		
<i>N. de observaciones</i>	183		

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, la Tabla 5 muestra los resultados de la prueba de Wald realizada para la tendencia; analizando la hipótesis de la prueba H_0 : No existe evidencia de cambio estructural contra la alternativa H_1 : Existe evidencia de cambio estructural, se rechaza H_0 , por lo que de acuerdo con el valor del P-valor igual a 0,00 se encuentra en la zona de rechazo con nivel de significancia del 95%, donde existe evidencia estadísticamente significativa de presencia de cambio estructural en el segundo trimestre del 2020, como consecuencia del Covid-19 el cual fue el evento con mayor impacto en este periodo de tiempo.

Tabla 5. Prueba de Wald específica (Sbknown)

PIB trimestral Colombia	
<i>Chi-Cuadrado</i>	32,41
<i>P-Valor</i>	0,00
<i>N. Observaciones</i>	183

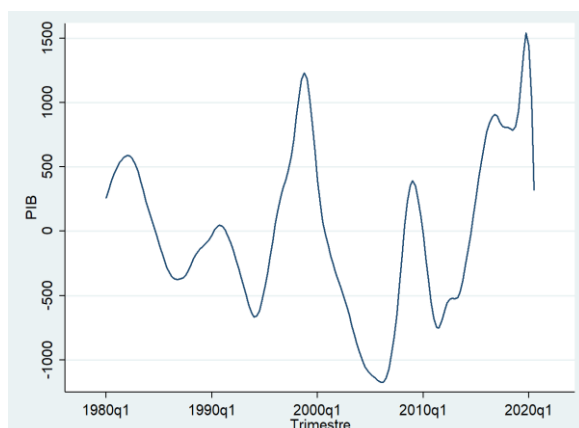
Fuente: Elaboración propia.

4.3 Resultados *Baxter and King*

Aplicando el filtro de Baxter and King en la serie previamente suavizada, se puede observar que los datos tuvieron diversos cambios, entre ellos se destaca que se eliminaron los dos primeros años y los dos últimos años de la serie, por lo que la submuestra sería desde el primer trimestre de 1980 hasta el tercer trimestre del 2020, este resultado se debe a que el filtro tiene en cuenta los rezagos de la serie y la suaviza en gran medida como se menciona en la Tabla 1. Teniendo en cuenta esto, el filtro descompuso el PIB en su ciclo y tendencia; el Gráfico 7, representa el ciclo del PIB, donde se observa que el PIB tuvo varias fluctuaciones a través del tiempo, las más notorias son en el año 2000 donde el PIB aumentó en gran medida, hasta el año 2008 que tuvo una caída significativa; según la revista BBC (2020) esta se debe principalmente a la crisis bursátil global del 2008, donde estalló una burbuja inmobiliaria en Estados Unidos que afectó la economía de muchos países, entre los cuales se encuentra Colombia.

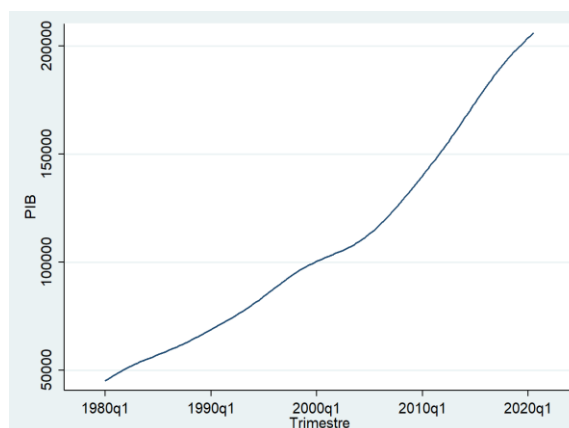
Después de esa crisis la economía se fue recuperando cada año hasta el 2020, debido a que se observa que el PIB tuvo otra caída en el segundo trimestre de este año, ocasionado por la pandemia del Covid-19. El Gráfico 8 muestra la tendencia del PIB durante el periodo de la submuestra y se puede evidenciar que la economía del país ha tenido un crecimiento marginalmente decreciente desde el año 2000, así mismo, también se observa la crisis del 2008, de la cual el país se ha venido recuperado lentamente a través de los años hasta el periodo del 2020, donde la curva de la tendencia empieza a tener una pendiente menos inclinada.

Gráfico 7. Ciclo Filtro Baxter and King
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 8. Tendencia Filtro Baxter and King
(Expresado en miles de millones de pesos colombianos)



Fuente: Elaboración propia

Para la tendencia obtenida del filtro de Baxter and King no se realiza la prueba de Wald para determinar cambios estructurales, debido a que la suavización del filtro eliminó los dos primeros años y los dos últimos años de la serie, los cuales los trimestres de los años 2022 y 2023 son periodos de tiempo requeridos para estimar el modelo autorregresivo y realizar la prueba de Wald específica en el periodo de la pandemia del Covid-19.

La Tabla 6 presenta un resumen de los resultados de la prueba de Wald, interpretando si el efecto del cambio estructural determinado en las pruebas anteriores fue positivo o negativo para la tendencia de crecimiento económico en Colombia. Para ello, se calcula la tasa de crecimiento con los datos obtenidos de la tendencia de cada filtro y se obtiene el promedio de la tasa de crecimiento para cada semestre de forma anual desde el año 1977 hasta el año 2020, y de igual forma para los años posteriores al 2020.

Tabla 6. Resumen resultados de los filtros

Filtros	Hodrick-Prescott	Christiano Fitzgerald
Cambio Estructural	De acuerdo con los resultados obtenidos en las pruebas, se comprobó la evidencia de cambios estructurales como consecuencia de la pandemia. Este cambio tuvo un impacto negativo en la tendencia de crecimiento económico en Colombia; calculando la tasa de crecimiento de la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott se determinó que en promedio la tendencia cambio en un 1,00% en el primer semestre, 0,92% en el segundo semestre, 0,83% en el tercer semestre y un 0,74% en el cuarto semestre de cada año, estas tasas corresponden a la diferencia entre las tasas de crecimiento de la tendencia antes y después de la pandemia. Para el segundo trimestre que fue el analizado para determinar el cambio estructural la tasa de crecimiento promedio paso de 3,13% para los cinco últimos años antes de la pandemia a un promedio de 2,21%, demostrando que la pandemia tuvo un impacto negativo en la tendencia.	En los resultados de la prueba de Wald para la tendencia del filtro de Christiano Fitzgerald se determinó la presencia de cambio estructural en consecuencia de la pandemia del Covid-19. De acuerdo con los cálculos de las tasas de crecimiento de la tendencia antes y después de la pandemia se puede concluir que, la tasa de crecimiento tuvo una diferencia de 1,24% el primer trimestre, 1,14% el segundo trimestre, 1,00% el tercer trimestre y 0,93% el cuarto semestre de cada año comparando periodos antes y después de la pandemia. De igual forma, el segundo trimestre que se tuvo como referencia para realizar la prueba de Wald paso de una tasa de crecimiento en promedio del 3,12% a una tasa del 1,98% después de la pandemia, en este caso el cambio es más notorio y se demuestra el efecto negativo que tuvo la pandemia en la tendencia de crecimiento económico en Colombia.

Fuente: Elaboración propia.

5. Conclusiones y recomendaciones

El estudio abarcó la descomposición de series de tiempo en su ciclo y tendencia, mediante la revisión teórica y la aplicación de los filtros Hodrick-Prescott, Baxter and King y Christiano-Fitzgerald. Se analizó la prueba de Wald para detectar cambios estructurales y se aplicó a la tendencia del PIB trimestral de Colombia, identificando cambios en su comportamiento. Para el análisis de los hechos estilizados se toman los datos del DANE (2023), del PIB trimestral a precios constantes hasta el tercer trimestre del año 2023, se grafican los precios y se analiza el comportamiento de los precios en la gráfica. También, se suaviza los datos para corregir la estacionalidad de la serie y se grafica en nuevo PIB con el que se procede a realizar las respectivas pruebas para la descomposición de la serie y la detección estadística de cambios estructurales.

Los resultados econométricos mostraron que al descomponer los datos del PIB para obtener su componente cíclico y tendencial a través de cada uno de los filtros, se observan los años de mayor relevancia de la serie, donde se destacan los años 2000 por el crecimiento de la economía gracias a los avances sociales y de infraestructura, el año 2008 por la crisis financiera bursátil y el año 2020 por la pandemia del Covid-19, y se estiman los modelos autorregresivos con el nivel de rezagos óptimos, realizando las pruebas necesarias y corrigiendo problemas de la serie como heterocedasticidad y autocorrelación con el fin de obtener resultados más confiables en la detección de cambios estructurales en la tendencia. Después de esto, se realiza la prueba de Wald para la tendencia de cada uno de los filtros en el periodo del segundo trimestre del 2020, donde se analizan los valores de la prueba y con base en esto se evalúa la hipótesis nula contra la alternativa, y se demuestra que si hubo un cambio estructural en la tendencia de Colombia como consecuencia de la pandemia del Covid-19.

En conclusión, la investigación revela que el Covid-19 tuvo un impacto negativo y significativo en la tendencia de crecimiento económico de Colombia, generando un cambio estructural a partir del período pandémico, además, se evidencia que el impacto en el cambio de la tendencia de crecimiento fue, en promedio, negativo para estos años, comparando los últimos cinco años antes de la pandemia con los años posteriores a esta; en estos periodos las tasas de crecimiento en la tendencia de Colombiana se redujeron en un 0,9% y 1,1% en el

componente tendencial de los filtros de Hodrick-Prescott y Cristiano-Fitzgerald respectivamente.

En base a esto, se recomienda analizar los impulsores de crecimiento económico que más contribuirían a la recuperación del efecto negativo que tuvo la pandemia del Covid-19 en la tendencia de Colombia, entre ellos se pueden tomar medidas, como aumentar la inversión privada, la acumulación de capital físico como maquinaria e infraestructura, la acumulación de capital humano impulsando la educación y la capacitación de la fuerza laboral del país, y por último, impulsar el progreso tecnológico y el conocimiento de la práctica. Esto debido a que son los principales impulsores de crecimiento según menciona Sala-i-Martin (1994).

6. Bibliografía

- [Método de suavización exponencial doble para series temporales] (s/f). Oracle. Obtenido de: https://docs.oracle.com/cloud/help/es/pbcs_common/CSPPU/CSPPU.pdf
- Andrews, D. W. K. (Julio, 1993). “*Pruebas de inestabilidad de parámetros y cambio estructural con punto de cambio desconocido*”. *Econometría*, Vol. 61, No. 4, Pág. 821-856. Doi: <https://doi.org/10.2307/2951764>.
- Baxter, M. and King, R. (1995). “*Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series*”. NBER Working Paper Series. Información obtenida de: https://www.nber.org/system/files/working_papers/w5022/w5022.pdf
- BBC News Mundo. (abril, 2020). “*De la Gran Depresión al estallido de 2008: cómo se resolvieron 4 grandes crisis económicas del pasado (y qué soluciones se podrían aplicar en la del coronavirus)*”. BBC News Mundo. Obtenido de: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-52308022>
- Cardero, M. E., & Aroche, F. (2008). “*Cambio estructural comandado por apertura comercial. el caso de la economía mexicana*”. *Estudios económicos*, Vol. 23, No. 2, Pág. 203-252. Información obtenida de: <https://estudioeconomicos.colmex.mx/index.php/economicos/article/view/134/136>
- Casares, E. R. (2007). “*Productividad, cambio estructural en el empleo y crecimiento económico*”. *Estudios económicos*, Vol. 22, No. 2, Pág. 335-355. Obtenido de: <https://estudioeconomicos.colmex.mx/index.php/economicos/article/view/141/143>
- Christiano, L. J., & Fitzgerald, T. J. (2003). “*The Band Pass Filter*”. *International Economic Review*, Vol. 44, No. 2, Pág. 435–465. Obtenido de: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/1468-2354.t01-1-00076>
- Christiano-Fitzgerald filter of a time series* (s/f). R-project. Informacon obtenida de: <https://search.r-project.org/CRAN/refmans/mFilter/html/cffilter.html>
- Christiano-Fitzgerald time-series filter* (s/f). Stata. Obtenido de: <https://www.stata.com/manuals/tstsfiltercf.pdf>
- Colaboradores de Wikipedia. (octubre, 2020). “*Suavizamiento exponencial*”. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Obtenido de: https://es.wikipedia.org/wiki/Suavizamiento_exponencial
- DANE, Departamento administrativo nacional de estadística (2023). DANE - PIB Información técnica. Obtenido de: <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas->

[por-tema/cuentas-nacionales/cuentas-nacionales-trimestrales/pib-informacion-tecnica](#)

- Double-exponential smoothing (tssmooth dexponential)* (s/f). Stata. Obtenido de: <https://www.stata.com/manuals/tstssmoothdexponential.pdf>
- Dritsaki, M., & Dritsaki, C. (2022). “*Comparison of HP Filter and the Hamilton’s Regression*”. *Mathematics*, Vol. 10, No. 8, Pág. 1-18. Doi: [10.3390/math10081237](https://doi.org/10.3390/math10081237).
- Durbin, J. y Watson, GS (diciembre, 1950). “*Pruebas de correlación serial en regresión de mínimos cuadrados*”. *Biometrika*. Vol. 37, No. 3 y 4, Pág. 409–428. Doi: <https://doi.org/10.1093/biomet/37.3-4.409>
- Eric Zivot (abril, 2001). “*Lectures on Structural Change*”. Department of Economics, University of Washington. Pág. 1-24. Obtenido de: <https://faculty.washington.edu/ezivot/structuralchangeslides.pdf>
- Fidel, A. R. (1995). “Cambio técnico y cambio estructural. la hipótesis de coeficientes decrecientes. pruebas estadísticas con datos para México”. *Estudios Económicos*, 10(2), 147-162. Información Obtenida de:
- Flores M. (agosto, 2001). “*El filtro de Baxter-King, metodología y aplicaciones*”. *Economía y sociedad*, No. 16, Pág. 61-78. Información obtenida de: <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/economia/article/view/1246/1167>
- Gujarati D. N., & Porter D. C. (s/f). “*Econometría*”. Academia (2018). Obtenido de: https://www.academia.edu/37303940/Econometria_Damodar_N_Gujarati
- Hamilton, J. D. (2017). “*Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter.*” *The Review of Economics and Statistics*. doi: https://doi.org/10.1162/rest_a_00706.
- Harrell, F. E. (2001). “*Estrategias de modelado de regresión*”. Serie Springer en Estadística. Obtenido de: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4757-3462-1>
- Hernández. R. (2023). “*El ciclo económico en Colombia: una aplicación del método de regresión de Hamilton al Índice de Seguimiento a la Economía*”. Repositorio Universidad Nacional de Colombia. Información obtenida de: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/84070/80073770.2023.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- Hodrick, R. J., & Prescott, E. C. (1997). “*Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*”. *Journal of Money, Credit and Banking*. Vol. 29, No. 1, Pág. 1–16. Doi: <https://doi.org/10.2307/2953682>.

- <https://www.proquest.com/docview/2426237308?sourcetype=Scholarly%20Journals>
- Hyeongwoo Kim (marzo, 2004). “*Hodrick-Prescott Filter*”. Auburn. Información obtenida de: <https://webhome.auburn.edu/~hzk0001/hpfilter.pdf>
- Jeffrey M. Wooldridge (S/f). “*Introducción a la econometría aplicada, un enfoque moderno*”. WordPress. Obtenido de: <https://herioscarlanda.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/10/wooldridge-2009-introduccion-a-la-econometria-aplicada-un-enfoque-moderno.pdf>
- Morelos, J. B. (2005). “*Tendencias y cambio estructural de la participación de la mujer en la actividad económica en 1970 y 2000*”. Estudios Demográficos y Urbanos, Vol. 20, No. 1, Pág. 125-150. Doi: <https://doi.org/10.24201/edu.v20i1.1232>.
- Obtain lag-order selection statistics for VAR and VEC models* (s/f). Stata. Obtenido de: <https://www.stata.com/manuals/tsvarsoc.pdf>
- Ocampo J. y Romero C. (2023). “Crecimiento económico colombiano y sus efectos sobre el desarrollo”. Banco de la República de Colombia. Cap. 1, Pág. 1-29. Obtenido de: <https://tiendabanrep.co/products/crecimiento-economico-colombiano-y-sus-efectos-sobre-el-desarrollo-social-y-regional-1905-2019>
- Perez & Blasco (2023). “*Evaluación de parámetros. La prueba de Wald*”. Hal open science. Pag. 1-13. Obtenido de: <https://hal.science/hal-04263937/document>
- Pérez-Santillán, L. (septiembre, 2023). “*Relación comercial con china e implicaciones en las estructuras productivas de América Latina*”. El Trimestre Económico, Vol 90, No. 359, pág. 827-864. doi: <https://doi.org/10.20430/ete.v90i359.1794>.
- Pizarro, M. F. (2001). “*EL FILTRO BAXTER - KING, METODOLOGÍA y APLICACIONES*”. ResearchGate. Información Obtenida de: https://www.researchgate.net/publication/279426082_EL_FILTRO_BAXTER_-_KING_METODOLOGIA_Y_APLICACIONES
- Ravn, M. O., & Uhlig, H. (s/f). “*On adjusting the hodrick-Prescott filter for the frequency of observations*”. Nyu. Vol. 1, No. 1, Pág. 1-10. Información obtenida de: https://pages.stern.nyu.edu/~dbackus/GE_asset_pricing/ms/Filters/RavnUhlig%20RES%2002.pdf
- Sala-i-Martin (1994). “*Apuntes de crecimiento económico*”. Academia (2017). Pág. 1-247. Obtenido de:

[https://www.academia.edu/31317024/Apuntes de crecimiento economico sala i marti](https://www.academia.edu/31317024/Apuntes_de_crecimiento_economico_sala_i_marti)

Survey Design and Analysis Services. (s. f.). “*El comando estat imtest: postestimación de regresión lineal*”. sds Techtips, Stata. Obtenido de:

<https://www.techtips.surveymdesign.com.au/post/the-estat-imtest-command>

Test for a structural break with an unknown break date. (s. f.). Stata. Obtenido de:

<https://www.stata.com/manuals/tsestatsbsingle.pdf>

Wikipedia. (abril, 2023). “*Criterio de información de Hannan-Quinn*”. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. Información obtenida de:

[https://es.wikipedia.org/wiki/Criterio de informaci%C3%B3n de Hannan-Quinn](https://es.wikipedia.org/wiki/Criterio_de_informaci%C3%B3n_de_Hannan-Quinn).

Winters, Peter R. (abril, 1960). “*Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages*.”. PubsOnline. Vol. 6, No. 3, Pag. 324–342. Doi:

<http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.6.3.324>

ANEXOS

Anexo 1. Método de suavización exponencial doble.

La tabla 7 presenta los resultados del método de suavización exponencial doble que se utilizó en la sección 3 para desestacionalizar la serie.

Tablas 7. Suavización exponencial doble del PIB de Colombia

<i>PIB Trimestral Colombia</i>	<i>Coefficientes</i>
<i>Coefficiente optimo-Doble exponencial</i>	0,13
<i>Suma de residuos al cuadrado (millones)</i>	47.575,6
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>	15950,39

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2. Prueba de White para la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.

Los resultados de la prueba de White después de descomponer la serie con el filtro de Hodrick-Prescott, se ilustran en la tabla 8. Donde se rechaza la hipótesis nula H_0 : presencia de homocedasticidad, al ser la probabilidad del Chi-cuadrado menor a 0,05; demostrando que existe evidencia de heterocedasticidad.

Tabla 8. Prueba de White

<i>Tendencia de Colombia</i>	
<i>Chi-Cuadrado</i>	74,40
<i>Prob>Chi2</i>	0,00
<i>N. Observaciones</i>	184

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 3. Prueba de Durbin-Watson para la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.

La tabla 9 presenta los resultados de la prueba de Durbin-Watson para verificar autocorrelación entre los residuos. Los resultados demostraron que, existe un problema de autocorrelación entre los datos, dado que el estadístico de la prueba tiene un valor muy lejano a el determinante de valor dos.

Tabla 9. Prueba de Durbin-Watson

Tendencia de Colombia	
<i>Estadístico Durbin-Watson</i>	0,04
<i>N. Observaciones</i>	184

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 4. Prueba de White para el logaritmo de la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.

La tabla 10 muestra los resultados de la prueba de White, después de hallar el logaritmo natural de la tendencia y agregarle la primera diferencia al modelo, con el fin de corregir la heterocedasticidad evidenciada en la tabla 8. Los resultados demuestran que la probabilidad del Chi-cuadrado ahora es de 0,11. Por lo tanto, se acepta la hipótesis nula H_0 : presencia de homocedasticidad.

Tabla 10. Prueba de White

Tendencia de Colombia	
<i>Chi-Cuadrado</i>	13,09
<i>Prob>Chi2</i>	0,11
<i>N. Observaciones</i>	183

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 5. Prueba de Durbin-Watson y prueba de White para el logaritmo de la tendencia del filtro de Hodrick-Prescott.

La prueba de Durbin-Watson se utilizó para verificar si existe autocorrelación entre los residuos de la serie después de corregir la autocorrelación de los residuos, a través del método de diferencias logarítmicas de Gujarati y Porter. La prueba de White se utilizó para verificar la heteroscedasticidad después de aplicar el método de errores robustos de varianza-covarianza de White. Los resultados de la Tabla 11 revelan que, los residuos del modelo ya no presentan autocorrelación y el modelo tiene homocedasticidad.

Tabla 11. Pruebas de Durbin-Watson y White

Tendencia de Colombia	
<i>Estadístico Durbin-Watson</i>	1,61

<i>Chi-cuadrado</i>	13,09
<i>Prob>Chi2</i>	0,11
<i>N. Observaciones</i>	183

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 6. Prueba de White para la tendencia del filtro de Christiano-Fitzgerald.

Se realiza la prueba de White después de descomponer la serie con el filtro de Christiano-Fitzgerald. Los resultados de la Tabla 12, demostraron que se rechaza la hipótesis nula H_0 : Presencia de homocedasticidad, debido a que la probabilidad de Chi-cuadrado es menor a 0,05. Sin embargo, se corrigió estimando el modelo con el método de varianza-covarianza de White con errores robustos, como se menciona en la sección 4.2.

Tabla 12. Prueba de White

<i>Tendencia de Colombia</i>	
<i>Chi-Cuadrado</i>	74,40
<i>Prob>Chi2</i>	0,00
<i>N. Observaciones</i>	184

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 7. Prueba de Durbin-Watson para la tendencia del filtro de Christiano-Fitzgerald.

Se realiza la prueba de Durbin-Watson con el fin de verificar si existe autocorrelación entre los datos. Con base en los resultados, se puede decir que los residuos del modelo no tienen autocorrelación estadística, ya que el estadístico de la prueba tiene un valor cercano al determinante de la prueba como se observa en la Tabla 13.

Tabla 13. Prueba de Durbin-Watson

<i>Tendencia de Colombia</i>	
<i>Estadístico Durbin-Watson</i>	2,14
<i>N. Observaciones</i>	183

Fuente: Elaboración propia.