

**Análisis de la volatilidad accionaria de entidades bancarias de Colombia en el periodo
2011-2020**

María Isabel Mancera Pachón

Trabajo de grado dirigido por:
Willian Gilberto Delgado Munevar

Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca

Facultad de Administración y Economía

Economía

2021

Tabla de Contenido

Resumen	5
Palabras clave	5
Abstract	5
1. Introducción.....	6
1.1. Justificación	8
1.2. Revisión de literatura	9
1.3. Planteamiento del problema	12
2. Pregunta problema	14
3. Objetivos del trabajo.....	14
3.1. Objetivo General	14
3.2. Objetivos específicos.....	14
4. Marco teórico y conceptual	14
4.1. Marco conceptual	15
4.2. Marco teórico.....	16
5. Metodología	20
5.1. Modelo Markowitz	20
5.2. Modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH).....	21
5.3. Modelo generalizado de heterocedasticidad condicional autorregresiva (GARCH).....	22
5.4. Datos	23
6. Procedimiento	25
6.1. Análisis del portafolio frente al índice	25
7. Resultados	27
7.1. Portafolio de mínimo riesgo.....	31
7.2. Portafolio de máximo riesgo	32
7.3. Frontera eficiente.....	33
7.4. Modelo ARCH	34
7.5. Modelo GARCH.....	38
8. Conclusiones	42
9. Recomendaciones	43
Referencias bibliográficas	44
Anexos	46

Índice de tablas

Tabla 1. Revisión de literatura.....	9
Tabla 2. Datos de activos individuales	28
Tabla 3. Matriz varianza-covarianza	30
Tabla 4. Matriz de ponderación	30
Tabla 5. Datos estadísticos del portafolio.....	30
Tabla 6. Portafolio de mínimo riesgo	31
Tabla 7. Datos estadísticos del portafolio de mínimo riesgo.....	31
Tabla 8. portafolio de máximo riesgo.....	32
Tabla 9. Datos estadísticos del portafolio de máximo riesgo	33
Tabla 10. Ecuación de la media.....	36
Tabla 11. Prueba ARCH.....	36
Tabla 12. Prueba GARCH.....	39
Tabla 13. prueba de Ljung-Box	40
Tabla 14. prueba Nyblom	40

Índice de gráficos

Gráfico 1. Frontera eficiente.....	18
Gráfico 2. Portafolio frente al índice	25
Gráfico 3. Frontera eficiente del portafolio	33
Gráfico 4. ln precio de cierre	34
Gráfico 5. Rendimiento de Davivienda	35
Gráfico 6. Función de autocorrelación	37
Gráfico 7. Función de autocorrelación parcial	38
Gráfico 8. Comportamiento de los residuales	41

Resumen

Esta investigación estudia cinco entidades bancarias que son Bancolombia, Banco de Bogotá, Davivienda, BBVA y Banco de Occidente, teniendo en cuenta los años 2011-2020. El objetivo de la investigación es como se constituye el portafolio óptimo buscando el máximo nivel de rentabilidad y la mínima varianza del portafolio seleccionado. Para desarrollar este objetivo empleamos el modelo de Markowitz, las metodologías ARCH y GARCH. En el estudio se encontró que el portafolio conformado por las cinco entidades bancarias más representativas de Colombia no cumple con el principio de maximización de rentabilidad. Por otro lado, se evidenció existencia de heterocedasticidad en el modelo ARCH y la volatilidad se comporta de mejor forma con el modelo GARCH.

Palabras clave

Modelo ARCH, modelo GARCH, modelo Markowitz, volatilidad, acciones, heterocedasticidad.

Abstract

This research studies five banking entities that are Bancolombia, Banco de Bogotá, Davivienda, BBVA and Banco de Occidente, taking into account the years 2011-2020. The objective of the research is how the optimal portfolio is constituted, seeking the maximum level of profitability and the minimum variance of the selected portfolio. To develop this objective, we used the Markowitz model, the ARCH and GARCH methodologies, and finally it was found that the portfolio made up of the five most representative banking

entities in Colombia did not comply with the principle of maximizing profitability. On the other hand, there was evidence of heteroscedasticity in the ARCH model and volatility behaves better with the GARCH model.

1. Introducción

El mercado de divisas tiene vital importancia en el desarrollo del comercio internacional y, por ende, en las inversiones a nivel global. En Colombia se maneja mediante la bolsa de valores en la cual se lleva a cabo la compra y venta de títulos activos y productos financieros. Las fluctuaciones de las divisas o de la tasa representativa del mercado TRM genera incertidumbre tanto para los inversionistas como para las empresas, esto puede conllevar un efecto negativo o positivo en el desempeño de las entidades financieras. Una consecuencia común por las fluctuaciones en el mercado cambiario es en la hoja de balance, el cual se origina cuando una entidad posee más pasivos que activos en moneda extranjera y existe una depreciación en la moneda local que conlleva a un aumento del diferencial entre la deuda y riqueza en la divisa que incluso puede llegar a dejar en situación de bancarrota a cualquier entidad (Esmaili, 2015). No obstante, algunos inversionistas o empresarios no han tenido en cuenta efectos de volatilidad a la hora de invertir tal como lo plantean Dueñas, Prieto y Sánchez (2017) quienes en su trabajo “Rentabilidad y riesgo de un portafolio de inversión aplicando el modelo de Harry Markowitz”, afirman que un inversionista ha de tener diferentes opciones de inversión y por ello, debe contemplar diferentes variables que intervienen a la hora de tomar decisiones financieras. Por esta razón, para este trabajo se analiza el riesgo y rendimiento de 8 empresas con activos financieros las cuales se negocian

en la BVC, utilizando la metodología de Markowitz¹ buscando la conformación de portafolios que diversifiquen inversiones y permiten obtener al inversionista la máxima rentabilidad minimizando el riesgo.

Los modelos de máxima rentabilidad y de mínima varianza establecen que no necesariamente un portafolio debe estar constituido por diferentes activos financieros, ya que puede llegar a establecerse a partir de una sola acción o de un solo activo. En particular, en este trabajo encontramos que el portafolio compuesto por los 8 activos escogidos de la bolsa de valores de Colombia no cumple con las condiciones del modelo de Markowitz en la búsqueda de la máxima rentabilidad y la mínima varianza.

En un estudio realizado por el banco de la República (2013) se analiza el efecto de la volatilidad y el desalineamiento en la tasa de cambio real sobre la actividad de 4.871 empresas en Colombia para el periodo 2000-2011. Los resultados del estudio sugieren que la volatilidad de la tasa de cambio real tiene un efecto negativo en el caso de la rentabilidad mientras que no tiene efecto sobre las ventas externas en el crecimiento de la productividad y la tasa de inversión de las empresas.

La presente investigación pretende establecer el portafolio óptimo entendiendo por óptimo aquel que tiene la máxima rentabilidad y la mínima varianza y de la misma manera contemplar medidas de volatilidad sobre un grupo importante de acciones que son Bancolombia, Banco de Bogotá, Davivienda, Banco de Occidente y BBVA, quienes hacen parte del índice COLEQTY² el cual será el índice de riesgo de referencia.

¹ El modelo Harry Markowitz pretende determinar la cartera óptima aquella que maximice la utilidad esperada por el inversor, Se analizan ciertos activos arriesgados y las carteras posibles que se negocian en el mercado estimando su rentabilidad esperada, varianzas y covarianzas entre los rendimientos de cada par de posibles activos financieros.

² COLEQTY es el índice para el mercado de renta variable. Provee una serie de referencias del mercado accionario colombiano y se desarrolla a partir del tamaño del emisor, volatilidad del precio, sector del emisor, entre otros. El índice COLEQTY está compuesto por

Para esta investigación se planteó el modelo de Markowitz cuyo objetivo es establecer una relación entre la varianza mínima y la rentabilidad de los activos con el fin de encontrar la cartera de inversión óptima para cada inversor. Por otro lado, se abordó la metodología ARCH-GARCH con el propósito de modelar y pronosticar la volatilidad en la serie de tiempo.

En la primera sección del documento se plantea la justificación seguida por el planteamiento del problema, la pregunta de investigación y los objetivos general y específicos. En seguida, se presenta el marco teórico y conceptual sobre el cual se basa toda la metodología del trabajo; luego, se expone la metodología donde se establece cómo se recolectó la información. En la séptima sección se presenta el análisis y resultados; finalmente, se expone las principales conclusiones y recomendaciones con los anexos respectivos.

1.1. Justificación

En los últimos años el sistema financiero colombiano ha representado un impulso en el crecimiento de la economía colombiana, este crecimiento se puede evidenciar a través del indicador de profundidad financiera el cual mide la relación entre la cartera bruta de las entidades financieras (préstamos que han otorgado) con el PIB. Según la Superintendencia Financiera ³ para el año 2019 el sector financiero lideró la recuperación del PIB. Para el tercer trimestre de ese año el sector financiero presentó un crecimiento de 8,2% más de seis puntos por encima del 2% que entregó en el tercer trimestre de año anterior, al cierre del

las 40 acciones con mejor función de selección (el volumen pesa el 80%, la frecuencia el 15% y la rotación el 5%) de la Bolsa de Valores de Colombia, donde la participación de cada acción dentro del índice es determinada por Capitalización Ajustada.

³ Informe de actualidad del sistema financiero 2019 presentado por la superintendencia financiera de Colombia (Superintendencia Financiera de Colombia, 2019)

2019 los activos del sistema financiero registraron un crecimiento real anual del 4,7% que conlleva a que los activos ascendieran a \$1,724.7 billones.

Son varios factores los que influyen en los resultados anteriores algunos de ellos son el riesgo, la rentabilidad y la volatilidad del comportamiento de cada entidad bancaria, ya que son de vitales importancias. El objetivo de este estudio es comprobar si el portafolio conformado por las acciones de Bancolombia, Banco de Bogotá, Davivienda, Banco de Occidente y BBVA se ajusta al principio de maximización del modelo Markowitz y se empleara el modelo ARCH-GARCH con el propósito de analizar la volatilidad, durante el periodo 2011-2020. Con el resultado de este análisis se podrá establecer el rendimiento de cada activo y su riesgo en el mercado bursátil, además ayudar, a los inversionistas a la toma de decisiones acertadas de inversión y compra.

1.2. Revisión de literatura

La importancia del estudio de la volatilidad, el riesgo y la rentabilidad de unas acciones o portafolio se ha venido evidenciando en varias investigaciones, que permite demostrar la importancia del estudio que se convierten en el punto de partida para el desarrollo de la presente investigación. La tabla 1 resume algunos de los principales trabajos relacionados con el modelo Markowitz y la metodología ARCH-GARCH.

Tabla 1.

Revisión de literatura⁴

Autor	Año	Título del artículo	Metodología	Resultados
Benjamin Graham y David Dodd	1934	Security Analysis	Tipos de valores de inversión	Este libro explica los distintos tipos de valores de inversión, sus

⁴ Puede consultar la table completa en la sección de anexos

Autor	Año	Título del artículo	Metodología	Resultados
				características, ventajas y desventajas para permitir a pequeños y grandes inversores, individuales y corporativos, operar sobre una base sólida y fiable.
Alaitz Zuberlodia, Luis Zalbalza y Marian Zubiaurre	2002	El modelo de Markowitz en la gestión de carteras	Modelo de Markowitz	Investigación empírica a partir del modelo de Markowitz que en su desarrollo demuestra que el portafolio conformado por activos variados proporciona carteras con mejores rendimientos que los índices de referencia del mercado.
Laura Torres	2016	Conformación de un portafolio eficiente partir del modelo de Markowitz a partir del análisis de las acciones más representativas, que cotizan en la bolsa de valores de Colombia, según índice COLCAP en los últimos 3 años	Modelo de Markowitz	Según el artículo, a través de la diversificación o conformación de portafolios se puede disminuir el riesgo inherente que tienen las inversiones en renta variable. Para ello se emplearon medidas estadísticas de dispersión, contribuyendo a estructurar escenarios de mínima varianza y máxima rentabilidad, a partir de los cuales se crearon fronteras eficientes para los contextos planteados, allí se ubicaron los portafolios eficientes donde la elección por parte del inversionista depende de la propensión o aversión al riesgo que esté dispuesto a tolerar.
Pablo Perelló y Salvador Climent	2020	Gestión eficiente de carteras: Modelo de Markowitz y el Ibex-35	Modelo de Markowitz	El objetivo de este trabajo es conocer a profundidad el modelo de Markowitz. Comparan los resultados con diversos índices bursátiles para analizar el efecto que tiene una diversificación eficiente sobre el rendimiento y el riesgo de una cartera ,para ello se escogió una serie de datos históricos del IBEX-35, se llega a la conclusion que ninguno de los intervalos formar parte de alguna cartera eficiente , esto no quiere decir que sean activos malos o que tengan poca rentabilidad, es simplemente debido al tipo de relación que tienen con el resto de títulos.
Gonzalo Bello	2006	Aspectos especulativos en el mercado mundial de divisas	Enfoque de análisis fundamental	En la investigación se plantea conocer el mercado de divisas y los aspectos que los hacen especulativos. Mediante un análisis de los aspectos, herramientas y oportunidades

Autor	Año	Título del artículo	Metodología	Resultados
				que puede llegar a tener una persona .Llegando a si a concluir que el mercado de divisas no tienen forma de evitar el riesgo cambiario aunque si lo pueden mitigar utilizando estrategias con distintos pares de divisas de manera que se cubran entre si buscando obtener beneficios.
Martha Casas y Edilberto Cepeda	2007	Modelos ARCH, GARCH Y EGARCH: Aplicaciones a series financieras	Modelos ARCH, GARCH y EGARCH	En este artículo se incluye una descripción de los modelos ARCH, GARCH y EGARCH, y de los procesos de estimación de sus parámetros usando máxima verosimilitud. Se propone un modelo alternativo para el análisis de series financieras y se estudian las series de precios y de retornos de las acciones de Gillette, En el artículo permite concluir que, de los modelos considerados el GARCH (1,2) es el que mejor explica el comportamiento de los precios de las acciones y el EGARCH(2,1) es el que mejor explica la serie de los retornos.
Gonzales y Viñas	2008	Estimacion de la volatilidad condicional en el mercado de divisas con modelos de la familia GARCH	Modelos de la familia GARCH	Esta investigación examina las propiedades estadísticas de las primeras diferencias logarítmicas de los tipos de cambio diarios PTA/DEM, PTA/USD y DEM/USD ⁵ para el período 1989-1995. Generando como resultado encuentran efectos ARCH y GARCH en la varianza condicional con base a lo anterior se observa alteraciones inesperadas de la peseta confirman la hipótesis de que fuertes movimientos inesperados en las cotizaciones de esta moneda tienen un impacto exponencial en la varianza condicional, por otro la existencia de asimetría en la volatilidad condicional en el marco y en el dólar

Fuente: Elaboración propia

⁵ El tipo de cambio PTA es una abreviatura de peseta, la peseta fue la moneda oficial española hasta el 1 de enero de 1999, el DEM llamado marco alemán (en alemán, Deutsche Mark) fue la moneda oficial de Alemania Occidental (1948-1990)

De acuerdo con lo descrito, se establece la influencia de los activos en los índices bursátiles y por ende en el mercado accionario, así mismo debido a la volatilidad que estos índices presentan se revela una medida de incertidumbre entre los inversionistas, que genera la necesidad de identificar dicha volatilidad como forma de predicción. Es por esto que la presente investigación es relevante ya que pretende analizar la volatilidad de las cinco entidades bancarias mas importantes en Colombia y cual cumple con el principio de maximización del modelo de Markowitz (Franco, Avendaño, & Barbutin, 2011).

1.3. Planteamiento del problema

A mediados del siglo pasado, en 1959, Harry Markowitz publicó su libro llamado *“Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments”*. En dicho libro expuso su teoría “selección de portafolio”. El modelo de Markowitz ha conseguido un gran éxito a nivel teórico, dando lugar a múltiples desarrollos y derivaciones de ideas sobre la optimización de inversiones. También, sentó las bases de diversas teorías de equilibrio en el mercado de activos financieros.

Esta teoría explica como hallar la mejor composición de un portafolio de inversión, maximizando la rentabilidad para un determinado nivel máximo de riesgo aceptable; o en forma alternativa, minimizar el riesgo para una rentabilidad mínima esperada (Franco, Avendaño, & Barbutin, 2011). Esta composición óptima se realiza mediante el análisis de media varianza, rendimientos históricos de los activos, el riesgo de cada uno de ellos (medido según su varianza de los rendimientos esperados) y la correlación entre cada par de

activos. De esta forma, busca encontrar el portafolio óptimo, distribuyendo el riesgo de cada activo, con el fin de asegurar el rendimiento⁶.

El modelo pionero de Markowitz ha enriquecido la teoría económica de las finanzas, pero tiene varios limitantes. Una de las críticas a este modelo es que no considera la volatilidad de una serie financiera. Para abordar este problema se han propuesto modelos como la familia GARCH. En 1982, Engel propuso el modelo ARCH (*AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*) y en 1986, Bollerslev propuso el modelo GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*). Estos modelos proponen una formulación que es capaz de modelar la heterocedasticidad observada en las series de tiempo financieras y, por ende, ofrecen la posibilidad de prever la varianza condicional de este tipo de series. La condicionalidad de la varianza implica introducir en un modelo la información precedente de los mercados financieros y, por consiguiente, reflejan la conducta y las expectativas de los agentes de estos mercados.

La naturaleza de las actividades bancarias hace que los bancos sean vulnerables a cambios en los valores relativos de sus activos y pasivos, y a pérdidas de confianza. Generalmente, los bancos captan depósitos a corto plazo y prestan a largo plazo; operan con poco capital; y mantienen montos relativamente bajos de efectivo. Si la volatilidad altera la relación entre los valores de los activos y los pasivos bancarios, los bancos se ubican en una posición muy frágil, debido a esto es fundamental que tanto el sector financiero como los inversionistas tengan claro la información accionaria de cada portafolio con el fin de analizar los riesgos

⁶ La diversificación logra compensar las pérdidas de unos con las ganancias de otros, bajo el supuesto de que los precios de los activos no evolucionan de manera idéntica ((Kolm, Faboz, Forcardi, & Pachamanova, 2007)

que conlleva la volatilidad para un activo. Avanzando en el tema esta investigación permite dar respuesta a la siguiente pregunta problema.

2. Pregunta problema

¿Cómo se constituye el portafolio óptimo buscando el máximo nivel de rentabilidad y la mínima varianza del conjunto de acciones conformado por Bancolombia, Banco de Bogotá, Davivienda, Banco de Occidente y BBVA para el periodo 2011-2020?

3. Objetivos del trabajo

3.1. Objetivo General

Analizar mediante los modelos Markowitz, ARCH Y GARCH la volatilidad accionaria de las entidades bancarias escogidas y si cumplen el principio de creación de nueva riqueza para el inversionista, con una mínima varianza.

3.2. Objetivos específicos

1. Establecer la máxima rentabilidad del portafolio bancario accionario mediante el modelo Markowitz
2. Construir la mínima varianza del portafolio accionario mediante el modelo Markowitz
3. Determinar la volatilidad del portafolio mediante la aplicación de modelos autorregresivos ARCH-GARCH.

4. Marco teórico y conceptual

4.1.Marco conceptual

Para tener claridad sobre la temática relacionada con el presente trabajo se tendrán en cuenta los siguientes conceptos:

Portafolio de inversión

Este trabajo se tomará en una definición general de lo que es portafolio de inversión; así, una explicación cercana a la que permite entender este estudio es la expresada por Amezcua y Celorio (2012, p. 8) quien sostiene que:

Un portafolio de inversión es una colección de bienes de propiedad de un individuo o una institución. Un portafolio puede incluir bienes inmuebles o barras en oro. Pero la mayoría de los portafolios de inversión se componen principalmente en valores como los bonos, las acciones, los fondos mutuos, los fondos de mercado monetario y los fondos cotizados en la bolsa. Los mejores portafolios de inversiones son aquellos en los que no se utiliza la diversificación o la combinación de diferentes tipos de inversión. Esta diversificación en el portafolio de inversión reduce el riesgo de pérdidas y maximiza las potenciales ganancias.

Portafolio eficiente

Según Markowitz, un portafolio eficiente es aquel que ofrece la mayor rentabilidad de todos los portafolios posibles de inversión con igual riesgo. En general la eficiencia se refiere a la existencia de portafolios con igual riesgo, pero con mayor rentabilidad y la ineficiencia a que con mayor riesgo, el portafolio ofrece menor rentabilidad. (Torres, 2016)

Rentabilidad esperada

Entiéndase como rentabilidad esperada *“aquellos que se espera rente una inversión y su cálculo se realiza mediante la sumatoria que resulta de multiplicar la rentabilidad asignada para la inversión por la probabilidad de ocurrencia atada a ese resultado”*. (Alvares, 2009, p.10)

Riesgo

Para Vergara y Cervantes (2012) definen el riesgo como *“el grado de variabilidad o contingencia del retorno de una inversión. En términos generales se puede esperar que, a mayor riesgo, mayor rentabilidad de la inversión. Existen varias clases de riesgos: de mercado, solvencia, jurídico, de liquidez, de tasa de cambio, riesgo de tasa de interés”*.

Volatilidad

El concepto que aquí se aborda por volatilidad se basa en Montenegro (2010) quien afirma que la volatilidad es una característica inherente a las series de tiempo financieras, que mide la variabilidad de las trayectorias o fluctuaciones de los precios, de las rentabilidades de un activo financiero, de los tipos de interés y en general de cualquier activo financiero en el mercado.

4.2.Marco teórico

Teniendo en cuenta la importancia de la teoría en el diseño y aplicación metodológica en la presente investigación, esta sección permite construir un acercamiento sobre el enfoque y los principales principios teóricos que sustentan la aplicación del presente estudio.

Uno de los trabajos más antiguos que contemplan el análisis bursátil es el libro publicado por Graham y Dodd (1934), titulado *Security Analysis* el cual realizó un estudio de los

estados financieros de las empresas con la intención de establecer los criterios apropiados para la selección de bonos y acciones para propósitos de inversión.

Posteriormente, en 1935, Hicks propuso una teoría pura de inversión de cartera, que mostró la necesidad de una teoría monetaria mejorada y la necesidad de establecer una teoría monetaria consistente con la teoría del valor. También discutió la existencia de fricciones como los costos de transferencia de activos y la introducción de riesgos. En particular, el riesgo total de realizar más de una inversión no tiene nada que ver con el riesgo de cada inversión, especialmente si se realizan por separado.

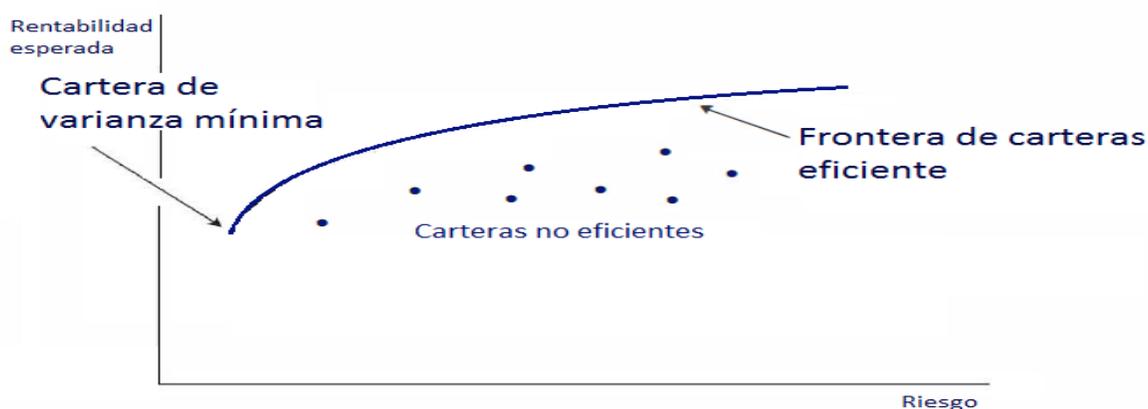
Años después, en 1948, Friedman y Savage sugieren un análisis de la curva de utilidad argumentado que la curvatura de la función de utilidad de un individuo difiere en función de la cantidad de la riqueza de la persona. Esta función de utilidad podría explicar por qué un individuo es amante del riesgo cuando tiene más riqueza y con aversión al riesgo cuando es más pobre.

Por otro lado, Markowitz (1952) se da a conocer a través de un artículo en la revista *Journal of Finance* donde habla de cómo el inversor debe tener un comportamiento y una actitud más racional a la hora de tomar decisiones de inversión en activos financieros. Luego, en 1959, publica un libro llamado “Selección de carteras, diversificación eficiente de inversiones” donde explica de forma detallada su teoría. Markowitz en su investigación desarrolla su modelo sobre la base del comportamiento racional del inversor. Es decir, el inversor desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por lo tanto, para él una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Markowitz, también demostró que la diversificación de un portafolio no consiste simplemente en el número de acciones que lo componen, sino también en la correlación de los retornos de las acciones que lo conforman, Markowitz estableció una relación entre la varianza mínima de los activos y la rentabilidad del mismo que lo representa a partir de su matriz de varianza y covarianza, así mismo demostró la técnica que se conoce con el nombre análisis de Media-Varianza, la posibilidad de construir una serie de portafolios que sean eficientes. Portafolios eficientes son aquellos que en el pasado obtuvieron el retorno más alto dado un nivel de riesgo (Diaz, 2010)

La teoría de Markowitz permite determinar lo que se denomina la frontera eficiente (gráfico 1), en la cual se define como el conjunto de portafolios conformados por todas las combinaciones de riesgo - rendimiento que se pueden obtener entre los diversos activos que hacen parte del mismo y que ofrecen el rendimiento esperado más alto para cualquier nivel de riesgo dado.

Gráfico 1. Frontera eficiente



Fuente: (Franco, Avendaño, & Barbutin, 2011)

La teoría de Markowitz ha ayudado a la elaboración de diversos estudios, algunos con el propósito de extender dicha teoría y otros, para simplificar el cálculo de los parámetros de la propuesta inicial, dentro de estos estudios, se destacan el teorema de la separación propuesto por Tobin (1958), que involucra el concepto de activo libre de riesgo, generando con esto nuevas alternativas de inversión. Por otro lado, los modelos de estimación de retornos o valoración de activos “CAPM”, utilizado por William Sharpe (1963)⁷, explica las ventajas de la diversificación, e introduce los conceptos de riesgo sistemático, riesgo no sistemático y prima de riesgo. los modelos de arbitraje de tres factores de Fama y French (1992,1993), utilizados para explicar la varianza de los retornos promedio de las diferentes carteras basan su estudio en la teoría de Markowitz.

Por otro lado, Engle (1982) propuso el modelo ARCH (Autoregressive Conditional heteroskedasticity) con motivo de estudio de la inflación en el reino unido dio el primer paso para una enorme cantidad de estudios sobre la modelización la varianza en series de tiempo, el avance que expuso Engle fue proponer un promedio ponderado de los residuos al cuadro de las estimaciones pasadas. El principal objetivo del modelo ARCH es recoger los episodios de agrupamiento temporal de volatilidad que suele observarse en las series de rentabilidad de casi todo mercado financiero⁸.

Bollerslev (1986) incorpora elementos autorregresivos en el modelo de Engle (1982), convirtiéndolo en un modelo GARCH (Generalized Autorregresive Conditional Heterocedasticity). El modelo GARCH es un modelo autorregresivo generalizado que

⁷ Markowitz publicó en 1952, el documento “portfolio selection”, lo cual originó la teoría moderna de portafolios, que fue optimizada por Sharpe en 1964. En 1990, ambos recibieron el premio nobel en ciencias económicas por el desarrollo del modelo CAPM o modelo de valuación de activos de capital.

⁸ (Casas & Cepeda, 2007)

captura las agrupaciones de volatilidad de las rentabilidades a través de la varianza condicional, este modelo encuentra la volatilidad promedio a medio plazo mediante una autorregresión que depende de la suma de perturbaciones rezagadas y de la suma de varianzas rezagadas. En este trabajo se aplicó el modelo ARCH-GARCH para la modelación y obtención de la volatilidad presente en las series temporales de las acciones financieras a estudiar.

5. Metodología

5.1. Modelo Markowitz

Para realizar el presente trabajo se escogió el modelo de Markowitz con el fin de analizar el riesgo y la rentabilidad de las acciones para lograr conjunto de carteras eficientes se puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

suje to a:

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

donde x_i es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i e incógnita del programa, $\sigma^2(R_p)$, la varianza de la cartera p , y σ_{ij} , la covarianza entre los

rendimientos de los valores i y j . $E(R_p)$, es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p , de tal forma que al variar el parámetro V^* obtendremos en cada caso, al resolver el programa, el conjunto de proporciones que minimizan x_i el riesgo de la cartera, así como su valor correspondiente. El conjunto de pares $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$ o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras eficientes es denominado “frontera eficiente”. Una vez conocida ésta, el inversor, de acuerdo con sus preferencias, elegirá su cartera óptima.

5.2. Modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH)

Engle (1986) introduce el modelo tipo ARCH que es un modelo no lineal, en los cuales la varianza condicionada a la información pasada no es constante, y depende del cuadrado de las innovaciones pasadas., La estructura básica del modelo ARCH es:

$$y_t = I_{t-1} \sim N(\mu_t, h_t) \quad (1)$$

$$\mu_t = x_t \beta \quad (2)$$

$$h_t = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (3)$$

$$\epsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (4)$$

Sujeto a

$$\omega > 0 \quad \alpha_i \geq 0$$

$$i = 1, \dots, p$$

Los supuestos de este modelo se deducen que $\epsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t)$ y si $y_t = I_{t-1}$ tiene media $\mu_t = 0$, $\epsilon_t = y_t$, en este caso el modelo puede expresarse como:

$$\epsilon_t = I_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (5)$$

$$h_t = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (6)$$

que es el modelo ARCH(p) propuesto, inicialmente, por Engle. Además, la varianza h_t puede modelarse mediante un proceso auto regresivo de orden p. AR(p) en las variables $6u_t = \epsilon_t^2$. De igual forma, las esperanzas y varianzas no condicionales para el modelo definido por (5) y (6) son:

$$E[\epsilon_t] = E[E(\epsilon_t|I_{t-1})] = 0$$

la varianza condicional h_t esta dada por la ecuación (6), al sustituirla en la ecuación $Var[\epsilon_t] = E[h_t]$ obtenemos:

$$Var[\epsilon_t] = \alpha_0 + \alpha_1 Var[\epsilon_{t-1}] + \dots + \alpha_p Var[\epsilon_{t-p}] = Var[\epsilon_{t-k}]$$

y dado que el proceso $[\epsilon_t]$ es estacionario, $Var[\epsilon_t] = Var[\epsilon_{t-k}]$ para todo k y, despejando la varianza no condicional está dada por:

$$Var[\epsilon_t] = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_p} = \sigma_t^2$$

Debido a este resultado se tiene, en este caso, una restricción más para los para metros de la varianza:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$$

Adicionalmente Asenjo & Praetorius(2006) mensiona en su trabajo que existe una familia de modelos basados en el modelo ARCH, que buscan explicar, a través de sus distintas especificaciones, el comportamiento del segundo momento.

5.3.Modelo generalizado de heterocedasticidad condicional autorregresiva (GARCH)

Bollerslev(1982), propone la generalización del modelo con heterocedasticidad condicional autorregresiva (GARCH), en el cual la varianza condicional no solo depende de los cuadrados de las perturbaciones, como en el modelo ARCH de Engle, sino que además, también depende de las varianzas condicionales de períodos anteriores, es decir, de σ_t^2 . La especificación básica de modelo GARCH es:

Sea $\{y_t\}_{t \in T}$ un proceso estocástico donde T es un conjunto discreto de índices sea:

$$\beta' = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) \text{ y } \omega' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \varphi_1, \dots, \varphi_p)$$

vectores de parámetros para modelar la media y la varianza respectivamente,

$z = (1, \epsilon_{t-1}^2, \dots, \epsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-p})$ el vector de variables para la varianza $x_t =$

$(1, x_{t1}, \dots, x_{tk})$ el vector de variables explicativas observadas en el tiempo t . En este

modelo $\epsilon_t = y_t - x_t\beta$ y I_{t-1} es la información disponible hasta el tiempo t-1. El modelo

GARCH en regresión Bollerslev (1991) está dado por:

$$y_t = I_{t-1} \sim N(\mu_t,$$

$$h_t)$$

$$\mu_t = x_t\beta$$

$$h_t = z_t\omega = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \varphi_i h_{t-i}$$

$$\epsilon_t = y_t - x_t\beta \text{ Donde } p \geq 0, q > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, q \text{ y } \varphi_i \geq 0 \text{ } i = 1, \dots, p.$$

Ahora la varianza condicional depende tanto del cuadrado de los errores como de las varianzas condicionales retrasadas p períodos.

5.4. Datos

Por otro lado, se eligió cinco empresas del sector financiero bajo dos criterios, el primero es que hayan cotizado en la bolsa de valores de Colombia entre enero del 2011 y diciembre del 2020 y segundo que estas cinco empresas pertenezcan al sector financiero, estas empresas fueron Banco de Bogotá, Bancolombia, Davivienda, BBVA y Banco de occidente, también se escogió el índice bursátil COLEQTY, ya que es el índice del mercado de la renta variable de Colombia.

A continuación, se describirá brevemente cada una de las empresas y:

- Banco de Bogotá Fundado en 1870 es la entidad bancaria de mayor trayectoria en Colombia. Hace parte del Grupo Aval Acciones y Valores S.A. el holding financiero más grande del país y uno de los grupos bancarios líderes en Centroamérica⁹, con una capitalización bursátil de 25.839.883.323.049,6.
- Bancolombia fundado en 1875 que tiene una participación de mercado de 20% en el sector bancario colombiano y una fuerte presencia en los segmentos de mercado corporativo, hipotecario, gubernamental, minorista y de medianas empresas convirtiéndose en el líder bancario en Colombia con una capitalización bursátil 2.163.091.421.178,85¹⁰.
- Davivienda fundado 1972 es el segundo banco más importante en Colombia que para el año 2021 tuvo el reconocimiento como mejor innovación en banca retail en los International Banker Awards gracias a sus productos Davivienda móvil y

⁹ Obtenido de <https://www.grupoaval.com/repositorio/grupoaval/inversionistas/mercados-externos/resultados-anuales/2017/201803-Grupo-Aval-Presentacion-Corporativa.pdf> (Uribe & Sanchez, 2018)

¹⁰ (Bancolombia, 2019)

Daviplata, con una capitalización bursátil 3.223.605.497.400 (Otero & Hernandez, 2020).

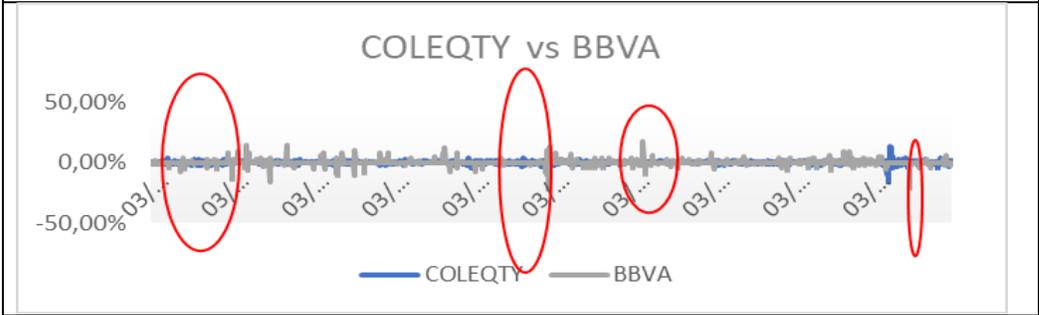
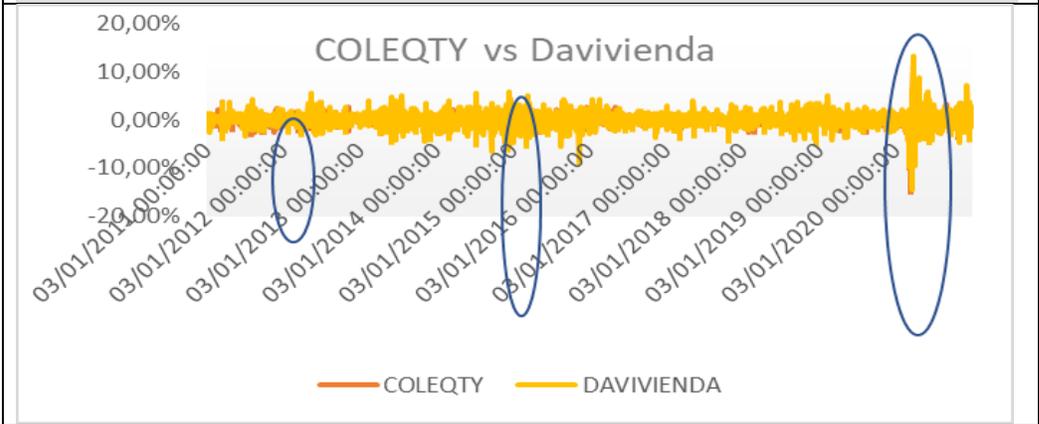
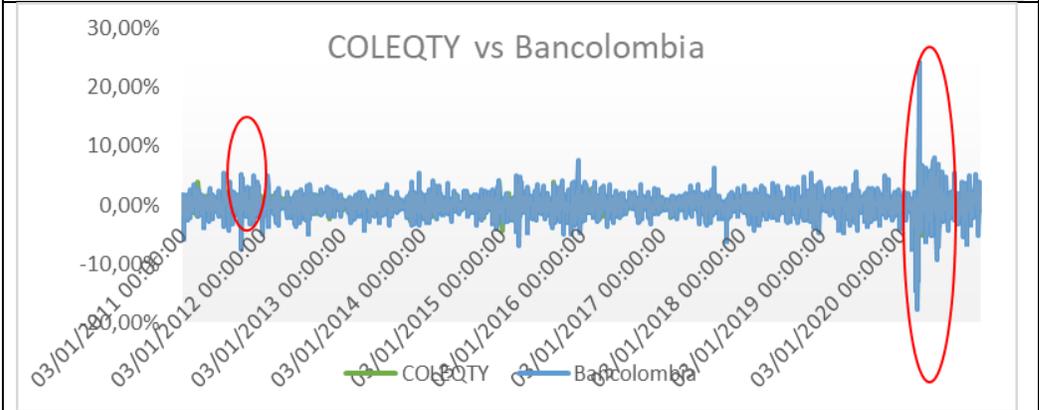
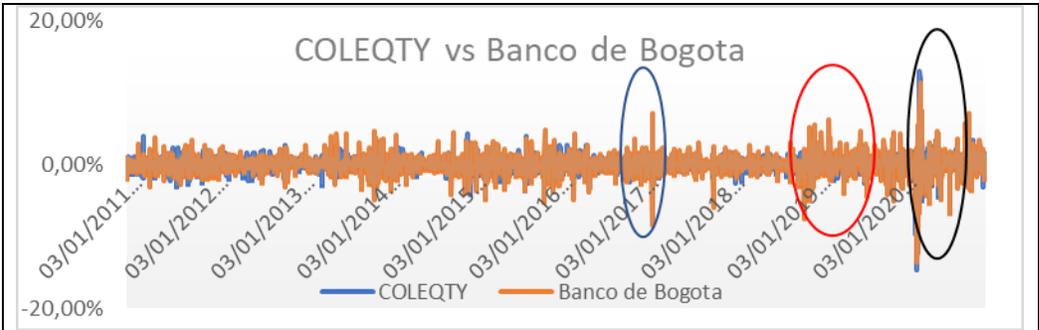
- BBVA que lleva más de 60 años en Colombia que en la actualidad viene realizando grandes inversiones en innovación y tecnología con el objetivo de liderar el mercado bajo el nuevo entorno de los negocios con una capitalización bursátil 4.340.688.124.500 (Riaño, 2019).
- Banco de Occidente fundado en 1965 también hace parte del grupo aval, cuenta con una red de 195 oficinas en Colombia, además de filiales en Panamá y Barbados, con una capitalización bursátil 5.222.641.591.500 (Prado, 2020).

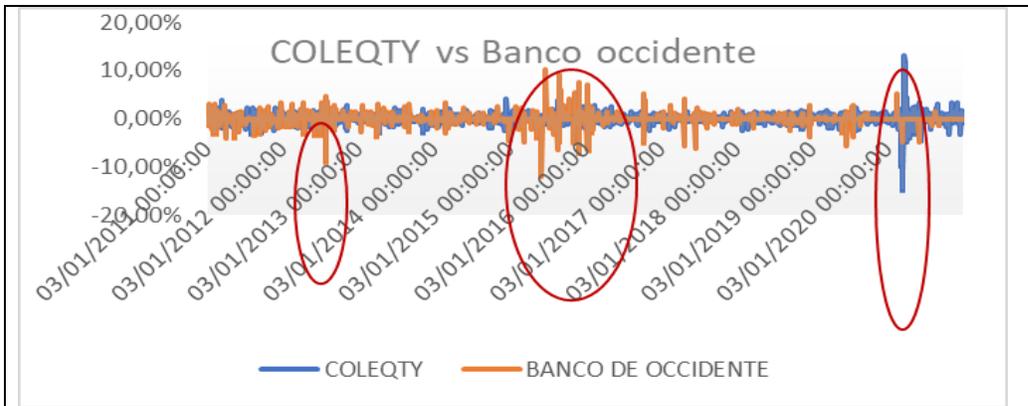
6. Procedimiento

Ya seleccionada las empresas se procederá descargar la información de las acciones cotizadas en la bolsa de valores de Colombia de cada una de las empresas antes mencionadas, la información se obtuvo diaria de los últimos 10 años entre enero del 2011 a diciembre del 2020, posteriormente se calculó los rendimientos del índice accionario y los rendimientos de las acciones teniendo en cuenta la variación diaria de las cotizaciones, así de esta forma se obtuvo la data que sirvió como base para hallar los parámetros necesarios según el Modelo de Markowitz. A continuación, se iniciará con un análisis del comportamiento del portafolio frente al índice COLEQTY, más adelante se empezará con el modelo Markowitz.

6.1. Análisis del portafolio frente al índice

Gráfico 2. Portafolio frente al índice





Fuente: Elaboración propia

La gráfica 2 está construida a partir de los retornos de Banco de Bogotá, Bancolombia Davivienda, BBVA y Banco de Occidente, frente al índice COLEQTY, en esta gráfica se observa la evolución diaria de cada acción. Para cada acción se observa una tendencia alcista y también de devaluación en el primer trimestre del año 2020, esto debido a la llegada de la pandemia covid-19 al país. Respecto a los retornos, indica grandes oscilaciones y por tanto mayor volatilidad de la serie durante el primer y segundo trimestre del 2020. Adicionalmente, se alcanzan a percibir algunos conglomerados de variabilidad que nos dan indicios de la posible existencia de heterocedasticidad.

7. Resultados

Se inicia con el modelo Markowitz, primero se calcula la rentabilidad diaria de cada uno de los activos con la siguiente formula:

$$R_i = \frac{\text{valor del dia} - \text{valor del dia anterior}}{\text{valor del dia anterior}} \quad (1)$$

A continuación, se haya la rentabilidad promedio con la siguiente formula:

$$R_i = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad (2)$$

Posteriormente se calcula la varianza con la siguiente formula:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^M P_{ij} (R_{ij} - \bar{R}_i)^2 \quad (3)$$

y la desviación (volatilidad) estándar con la siguiente formula:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$$

A partir de las formulas anteriores se encuentran los siguientes resultados individuales:

Tabla 2.

Datos de activos individuales

	BANCO DE BOGOTA	BANCOLOMBIA	DAVIVIENDA	BBVA	BANCO DE OCCIDENTE
RENTABILIDAD ESPERADA	0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,00%
VARIANZA	0,0001869	0,0003397	0,0002426	0,0002511	0,0000864
VOLATILIDAD	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01

Fuente: elaboración propia, con base en tesis.pucp.edu.pe

Como se puede observar en la Tabla 2 las acciones que presentan mayor volatilidad son Bancolombia con 0,02¹¹ y una rentabilidad esperada de 0,02%, Davivienda con una volatilidad de 0,02 y la rentabilidad esperada de 0,3% la más alta del portafolio y BBVA con una volatilidad de 0,02 y una rentabilidad 0,01% una de las más bajas del portafolio. Por otro lado, Banco de Bogotá posee una volatilidad de 0,01 y una rentabilidad esperada 0,02%. La acción del Banco de occidente presentan una volatilidad de 0,01 y una rentabilidad de 0%. De lo anterior se puede analizar que los efectos de las crisis economía que ha tenido Colombia ha tenido consecuencias en el sector financiero.

¹¹ Para este trabajo se utilizará coma para los decimales

Para concluir, se puede analizar que la acción que obtuvo mayor rentabilidad esperada fue Davivienda con un 0,03% mensual, pero así mismo tuvo una desviación estándar 0,02. Esta acción se desvía de su promedio en un porcentaje relativamente alto. En la tabla 2 se observa la rentabilidad esperada de cada una de las acciones que conforman el portafolio, la varianza y la desviación estándar que se convierte en el primer indicador de volatilidad. Las acciones de mayor volatilidad son Bancolombia, Davivienda y BBVA y aquella de menos volatilidad son Banco de Bogotá y Banco de Occidente.

A continuación, se analiza la combinación de los activos para construir un portafolio de inversión, para esto utilizaremos las siguientes fórmulas:

covarianza

$$\sigma_{A,B} = E \left\{ \left(R_{A_j} - \bar{R}_A \right) \left(R_{B_j} - \bar{R}_B \right) \right\} \quad (5)$$

La matriz de covarianza aplicada al modelo de Markowitz nos permite intercalar los activos financieros, con el fin de comparar cada uno de los activos y de sus posibles rentabilidad con el rendimiento esperado, al multiplicar la información de cada uno de los activos entre sí se obtiene un promedio ponderado por probabilidades donde se puede ver como se mueven al mismo tiempo los retornos de los cinco activos seleccionados (Dueñas, Prieto, & Sanchez, 2017).

Aplicando la matriz varianza – covarianza

Tabla 3.

Matriz varianza-covarianza

	BANCO DE BOGOTA	BANCOLOMBIA	DAVIVIENDA	BBVA	BANCO DE OCCIDENTE
BANCO DE BOGOTA	0,000186792	6,50054E-05	5,9167E-05	7,38428E-07	1,53865E-06
BANCOLOMBIA	6,50054E-05	0,000339522	0,000107126	1,19081E-05	6,75378E-06
DAVIVIENDA	5,9167E-05	0,000107126	0,000242534	6,07972E-06	8,44192E-06
BBVA	7,38428E-07	1,19081E-05	6,07972E-06	0,000250964	-2,22601E-06
BANCO DE OCCIDENTE	1,53865E-06	6,75378E-06	8,44192E-06	-2,22601E-06	8,6316E-05

Fuente: Elaboración propia

Es necesario destacar que para que un portafolio se pueda diversificar, la covarianza debe ser negativa. En este caso, según la información consignada en la Tabla 3 la única combinación que cumple con esta característica es la de Banco de Occidente con BBVA.

El siguiente procedimiento, es construir el portafolio de inversión y que porcentaje se va a invertir en cada activo que ofrezcan al inversor la mejor relación rentabilidad – riesgo (Miera & Zubia, 2002). Para el análisis de los activos en conjuntos se debe calcular la rentabilidad, el riesgo y la varianza. Partiremos del supuesto que la inversión será en partes iguales para cada uno de los activos, tal como se explica en la matriz de ponderación Tabla 3.

Tabla 4.

Matriz de ponderación

MATRIZ PONDERACIONES	BANCO DE BOGOTA	BANCOLOMBIA	DAVIVIENDA	BBVA	BANCO DE OCCIDENTE	TOTAL
	20,000%	20,000%	20,000%	20,000%	20,000%	100%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.

Datos estadísticos del portafolio

RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,018%
VARIANZA DEL PORTAFOLIO	0,000065408

VOLATILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,008088
-----------------------------------	----------

Fuente: elaboración propia

Para finalizar la aplicación del modelo, la composición de un portafolio óptimo se puede hallar bajo dos criterios: el primero es reduciendo el riesgo o portafolio de mínimo riesgo y el segundo es aumentando el desempeño o portafolio de máximo desempeño (Dueñas, Prieto, & Sanchez, 2017).

7.1.Portafolio de mínimo riesgo

En este campo se pretende encontrar la óptima combinación de activos que tenga el menor riesgo. Para lograr ello se empleó la herramienta de Excel solver. Esta herramienta primero se selecciona la varianza del portafolio y el programa minimiza este valor cambiando las celdas de participación de la inversión de los diferentes activos que compones el portafolio para esta investigación. Es conveniente aclarar que esta herramienta para este caso se debe sujetar a una restricción que la suma de los porcentajes de inversión de todos los activos sea igual al 100% (Dueñas, Prieto, & Sanchez, 2017).

A continuación, se presentarán los resultados del portafolio de mínimo riesgo

Tabla 6.

Portafolio de mínimo riesgo

BANCO DE BOGOTA	BANCOLOMBIA	DAVIVIENDA	BBVA	BANCO DE OCCIDENTE	TOTAL
18,443%	4,894%	9,326%	17,481%	49,856%	100%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7.

Datos estadísticos del portafolio de mínimo riesgo

RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,010%
------------------------------------	--------

VARIANZA DEL PORTAFOLIO	0,000044046
VOLATILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,006637

Fuente: Elaboración propia

Con esta ponderación la rentabilidad del portafolio es 0,010%, la varianza del portafolio es de 0,000044046 y en términos de desviación estándar el riesgo del portafolio es 0,006637 siendo el portafolio con menor riesgo, puesto que se desvía de su promedio en un porcentaje bajo. Para esta ponderación el modelo Markowitz indica que, si el inversionista desea invertir en un portafolio de mínimo riesgo, deberá invertir un 49,856% de la inversión inicial al banco de Occidente.

7.2. Portafolio de máximo riesgo

A diferencia del portafolio anterior, este intenta encontrar el activo óptimo que tiene el mayor rendimiento, para ello se ha utilizado la herramienta Solver en Excel, cuando se ejecuta el programa, el programa maximiza el valor de la rentabilidad modificando las celdas de porcentaje de inversión de los diferentes activos del portafolio, al igual que la anterior está sujeta a la restricción de que la suma de los porcentajes de inversión del activo es igual al 100% (Dueñas, Prieto, & Sanchez, 2017). A continuación, se presenta los resultados del portafolio con máximo riesgo:

Tabla 8.

portafolio de máximo riesgo

BANCO DE BOGOTA	BANCOLOMBIA	DAVIVIENDA	BBVA	BANCO DE OCCIDENTE	TOTAL
0%	0%	100%	0%	0%	100%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9.

Datos estadísticos del portafolio de máximo riesgo

RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,032%
VARIANZA DEL PORTAFOLIO	0,000242534
VOLATILIDAD DEL PORTAFOLIO	0,015574

Fuente: Elaboración propia

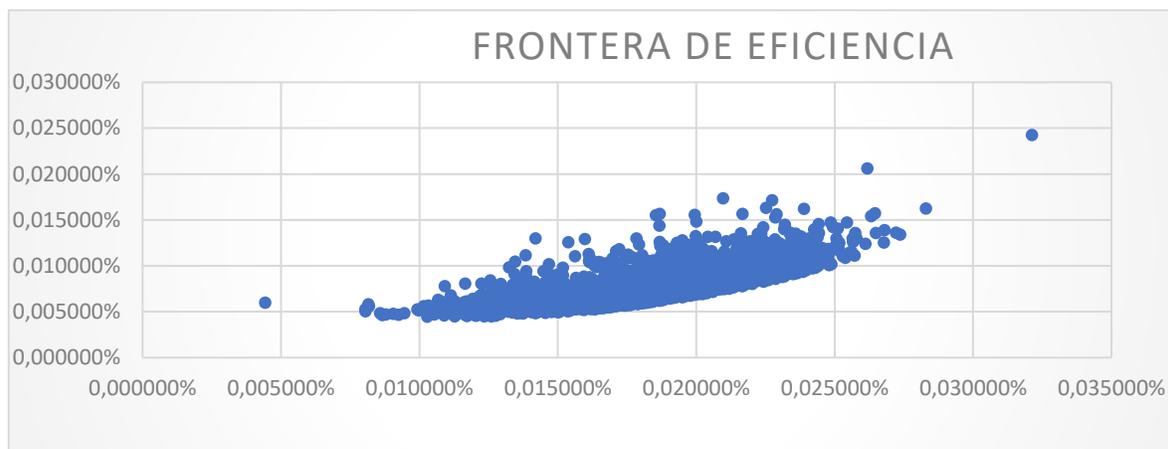
Conforme a la información suministrada en la tabla 9 la rentabilidad el portafolio 0,032%, la varianza del portafolio es de 0,000242534 y en términos de desviación estándar

(volatilidad) el riesgo del portafolio es 0,015574, siendo el portafolio con mayor riesgo.

Para esta ponderación (grafico 8) el modelo Markowitz indica que, si el inversionista desea invertir en un portafolio de máximo riesgo sin importar la volatilidad, deberá invertir el 100% de la inversión inicial a Davivienda.

7.3.Frontera eficiente

Gráfico 3. Frontera eficiente del portafolio



Fuente: Elaboración propia

En el gráfico 3 representa la frontera de portafolio eficiente que corresponde a la información proporcionada por el modelo de Markowitz al resolver el programa cuadrático

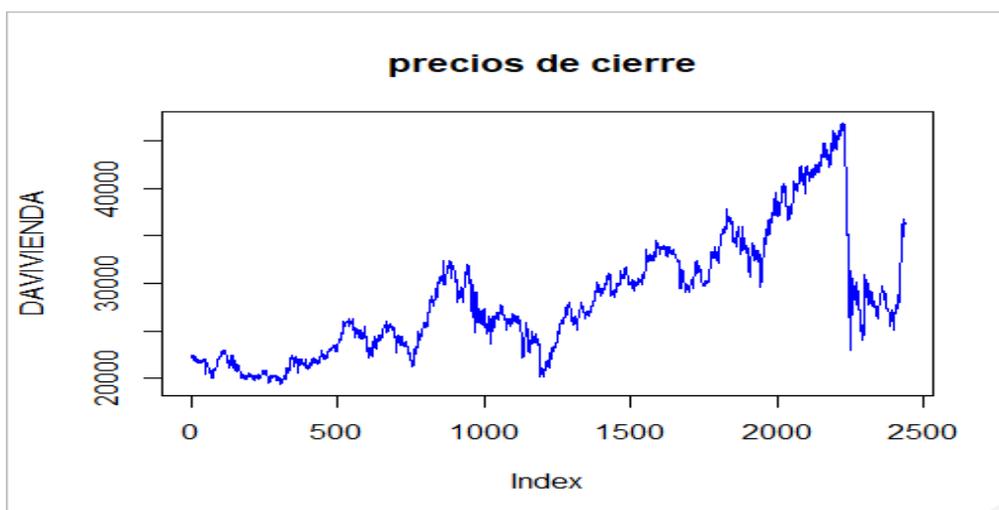
paramétrico expuesto anteriormente para distintos niveles de rentabilidad (Franco, Avendaño, & Barbutin, 2011). En este gráfico se puede observar con mayor detalle la posición que ocupan las representaciones de rentabilidad-riesgo de las cinco entidades bancarias.

7.4. Modelo ARCH

A partir del resultado del modelo de Markowitz en el cual establece que el rendimiento máximo que podría recibir un inversor es invirtiendo en la entidad bancaria Davivienda, se empleará, la modelación de los modelos ARCH y GARCH, estos modelos ayudan a predecir qué tan volátil va a ser en el corto y en el mediano plazo una acción.

Para dar inicio con la elaboración de los modelos ARCH y GARCH, primero se convirtió la variable precio de cierre de Davivienda en una variable logarítmica. Conforme a la información suministrada en el gráfico 4 se observa que el comportamiento de la acción de Davivienda que no es estacionaria en la media y se evidencia una tendencia alcista.

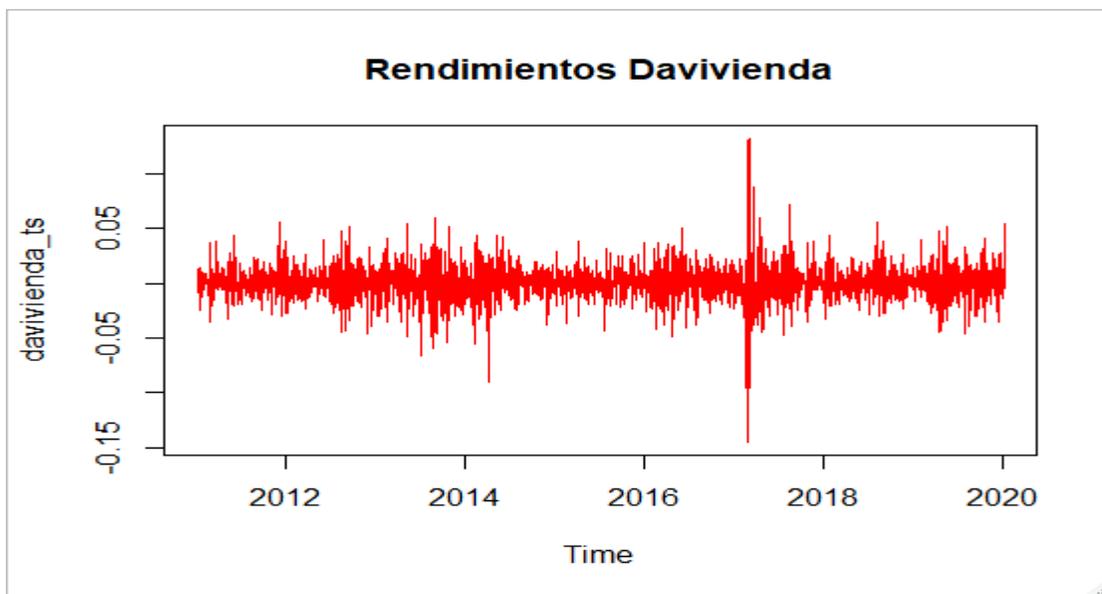
Gráfico 4. ln precio de cierre



Fuente: elaboración propia

Bajo la primera diferencia del logaritmo natural del precio se encuentran datos con mayor agrupación a la media en el gráfico 5 se observa los retornos de la serie de tiempo. Se evidencia que fluctúa en cero su media y la varianza de los rendimientos no es constante donde se observa la existencia de heterocedasticidad condicional. En este periodo de estudio se observa los periodos de volatilidad menor y periodos en los que la volatilidad es mayor como a finales del 2017 y principios del 2018 y también en el primer trimestre del 2020 debido a la llegada del covid-19, estas alzas y bajas en la volatilidad son debido a choques externos.

Gráfico 5. Rendimiento de Davivienda



Fuente: Elaboración propia

Para iniciar con los modelos ARCH Y GARCH primero se generó la serie de tiempo de los rendimientos posteriormente se calcula la ecuación de la media y los residuales al cuadrado para así poder crear la regresión con los residuales al cuadrado, utilizando la información con un rezago.

Tabla 10.

Ecuación de la media

Time series regression with "zooreg" data:				
Start = 2011(2), End = 2020(12)				
Call:				
dynlm(formula = davivienda_ts ~ 1, data = BDR)				
Residuals:				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.157115	-0.006613	-0.000260	0.007107	0.124264
Coefficients:				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
Intercept	0.0002596	0.0002581	1.006	0.315
Residual standard error: 0.01482 on 3296 degrees of freedom				
(2 observations deleted due to missingness)				

Fuente: Elaboración propia

Con la elaboración de la ecuación de la media se puede construir la regresión con los residuales al cuadrado que también nos sirve como prueba de efectos ARCH, la información está dada con cinco rezagos y se toma como variable dependiente los residuales al cuadrado.

Tabla 11.

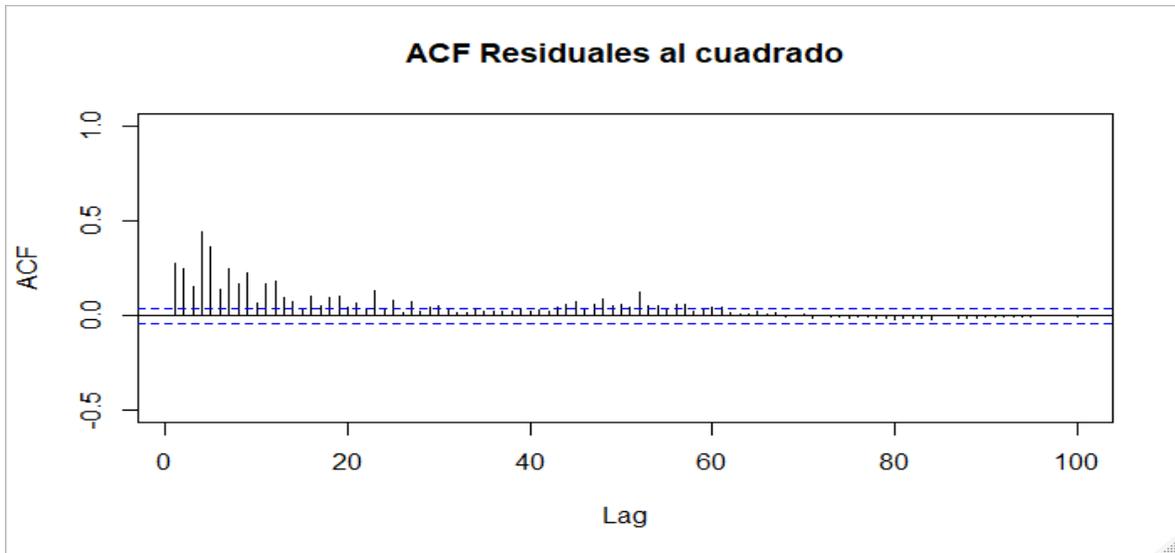
Prueba ARCH.

Time series regression with "ts" data:					
Start = 2011(7), End = 2020(12)					
Call:					
dynlm(formula = rescuad ~ L(rescuad, 1:5), data = BDR)					
Residuals:					
Min	1Q	Median	3Q	Max	
-0.0049118	-0.0001380	-0.0000725	0.0000224	0.0202502	
Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
Intercept	6,16E-02	1,25E-02	4.917	9.20e-07	***
L(rescuad, 1:5) zoo (coredata (x), tt).1	7,79E+01	1,71E+01	4.566	5.15e-06	***
L(rescuad, 1:5) zoo (coredata (x), tt).2	1,24E+02	1,60E+01	7.724	1.48e-14	***
L(rescuad, 1:5) zoo (coredata (x), tt).3	-4,25E+01	1,62E+01	-2.630	0.00859	**
L(rescuad, 1:5) zoo (coredata (x), tt).4	3,40E+02	1,60E+01	21.167	< 2e-16	***
L(rescuad, 1:5) zoo (coredata (x), tt).5	2,23E+02	1,71E+01	13.075	< 2e-16	***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1					
Residual standard error: 0.000653 on 3286 degrees of freedom					
Multiple R-squared: 0.264, Adjusted R-squared: 0.2629					
F-statistic: 235.7 on 5 and 3286 DF, p-value: < 2.2e-16					

Fuente: Elaboración propia

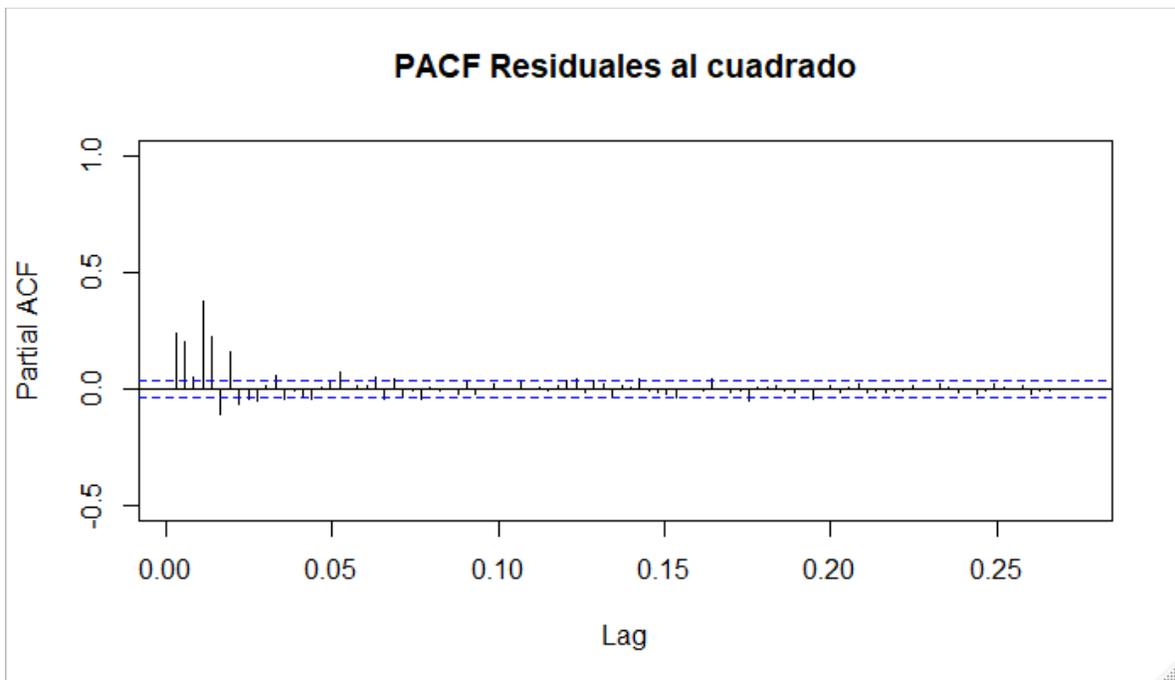
La prueba ARCH arroja que el intercepto y los cinco rezagos tienen significancia estadística. Por otro lado, el p-value es de $< 2.2e-16$ que indica que se rechaza la hipótesis nula de la no existencia de efectos ARCH y se acepta la alterna. En el gráfico 6 se representa la función de autocorrelación y la gráfica 7 la función de autocorrelación parcial la cual indica que los rezagos sobrepasan la línea azul lo que significa que no hay ruido blanco al no haber ruido blanco la varianza es heterocedasticidad.

Gráfico 6. Función de autocorrelación



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 7. Función de autocorrelación parcial



Fuente: Elaboración propia

7.5. Modelo GARCH

En esta sección se ejecutará el modelo de GARCH que analiza el componente ARCH y la varianza contemporánea encontrando una significancia estadística mayor que el modelo ARCH.

Tabla 12.

Prueba GARCH

GARCH Model Fit				
Conditional Variance Dynamics				
GARCH Model : sGARCH(1,1)				
Mean Model : ARFIMA(2,0,2)				
Distribution : norm				
Optimal Parameters				

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0,000518	0,000187	2,76533	0,005686
ar1	-0,35235	0,478775	-0,73594	0,461766
ar2	0,468631	0,340849	1,37489	0,169164
ma1	0,294297	0,469721	0,62654	0,530963
ma2	-0,502955	0,319707	-1,57317	0,115678
omega	0,000009	0,000000	20,68583	0,000000
alpha1	0,096684	0,006368	15,18366	0,00000
beta1	0,859492	0,007565	113,61952	0,00000
Robust Standard Errors:				

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0,000518	0,000183	0,000183	0,004652
ar1	-0,35235	0,678302	-0,51946	0,603441
ar2	0,468631	0,519988	0,90123	0,367464
ma1	0,294297	0,662487	0,44423	0,656876
ma2	-0,502955	0,486324	-1,0342	0,301044
omega	0,000009	0,000001	11,50298	0,000000
alpha1	0,096684	0,008421	11,48068	0,000000
beta1	0,859492	0,013367	64,29996	0,000000
LogLikelihood : 9636.542				

Fuente: Elaboración propia

Al desarrollar el modelo GARCH en el software R-STUDIO, lo primero que se elaboró fue el modelo ARCH (1,1), luego un modelo ARFIMA ¹²de orden (2,0,2) dando como resultados dos salidas de los parámetros óptimos del modelo donde el beta1 estimado es de 0,859492 los Std. Error es de 0,013367 y el t value es de 113,61952, alpha1 estimado es de 0,086684 los Std. Error es de 0,008421 y el t values es de 11,48068. En los errores robustos la tendencia es similar, ya que el beta1 tiene un t values de 64,29996, pero en el caso de los modelos ARCH que están expresados ar1 y ar2 no tiene significancia estadística.

Tabla 13.

prueba de Ljung-Box

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals		

	statistic	p-value
Lag [1]	0,5274	0,4677
Lag [2*(p+q)+(p+q)-1] [11]	6,9018	0,0722
Lag [4*(p+q)+(p+q)-1] [19]	12,6989	0,131
d.o.f=4		
H0 : No serial correlation		

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente r-studio hizo el test de Ljung-Box, que es un test de los residuales que ayuda a comprobar si las series no están correlación o las series si están correlacionadas para este caso se evidencia que si hay algún tipo de correlación es decir que lo que ocurre hoy es lo que ocurre 2 rezagos inmediatamente atrás donde rechaza H_0 .

Tabla 14.

prueba Nyblom

Nyblom stability test

¹² Los modelos ARFIMA tienen capacidad para mostrar dependencias significativas entre periodos de tiempo distantes (procesos de memoria larga).

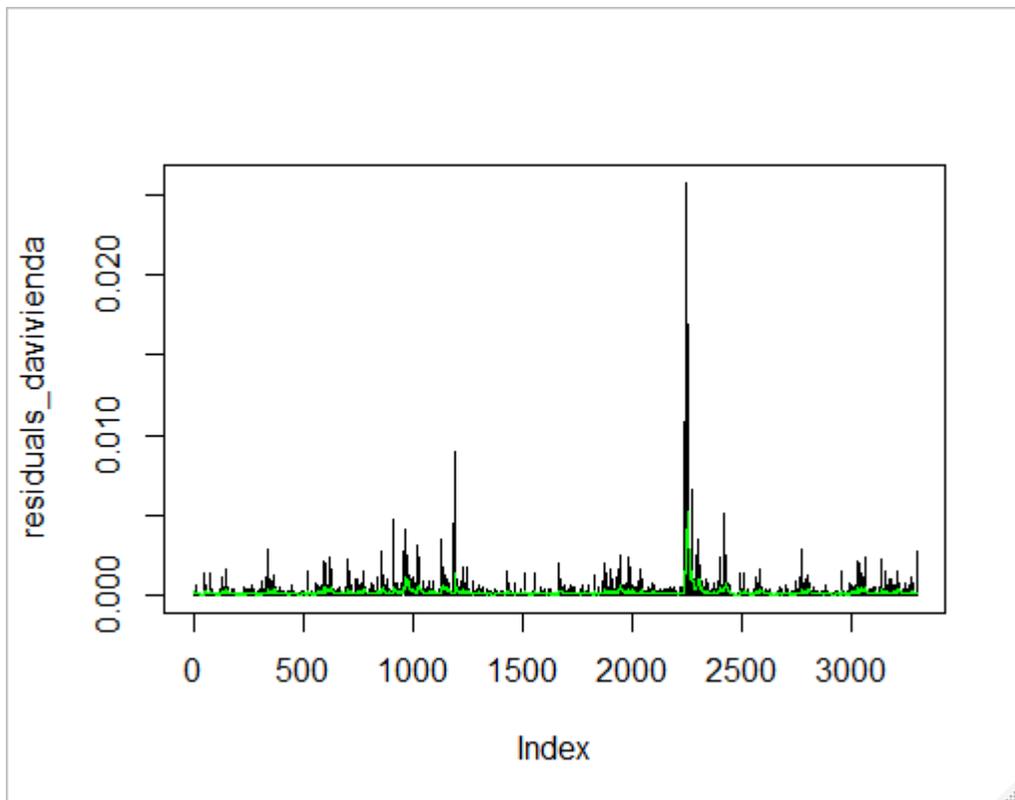
Joint Statistic: 25.4094	
Individual Statistics:	
mu	0.05197
ar1	0.11266
ar2	0.07964
ma1	0.13459
ma2	0.08661
omega	5.12812
alpha1	0.09753
beta1	0.11637

Fuente : Elaboración propia

El *test* de Nyblom determina si los parámetros del modelo son estables a través del período de tiempo en el cual se observó la serie. Para esta investigación, la prueba de Nyblom muestra que los parámetros de las variables del modelo son constantes a lo largo de la muestra.

Las pruebas Ljung-Box y Nyblom indican que el modelo GARCH (2,0,2) es el que presenta mejor ajuste al arrojar el valor más bajo de la raíz del error cuadrático. En el gráfico 7 podemos observar cómo es el comportamiento de los residuales de Davivienda con base en el modelo GARCH. Estos se representan en color negro, mientras que el desempeño del modelo GARCH se caracteriza en verde. La imagen evidencia que el modelo GARCH tiene la misma forma de los datos originales.

Gráfico 8. Comportamiento de los residuales



Fuente: Elaboración propia

8. Conclusiones

El portafolio de inversión compuesto por las acciones de las cinco entidades bancarias más representativas en Colombia no cumple con el principio de maximización de la rentabilidad o creación de nueva riqueza para el inversionista, ya que el portafolio de mínima varianza es aquel que está constituido de la siguiente manera el 18,443% de Banco de Bogotá, 4,894% de Bancolombia, 9,326% de Davivienda, 17,482 de BBVA y 49,856 de Banco de occidente y el de máxima varianza implica invertir el 100% de los recursos en una sola acciones que es la de Davivienda. Aunque se planteó el modelo de Markowitz se encontró que el portafolio al obtener el máximo nivel de rentabilidad implica tener un mayor riesgo, u obtener la mínima varianza implica obtener nivel menor de renta. Es importante resalta

que la época de análisis estuvo marcada por bajo rendimiento de los activos financieros debido a la caída del crudo, bajo crecimiento del PIB nacional y mundial, llegada de la pandemia COVID -19, incertidumbre y desconfianza financiera, conflictos políticos y choques externos. Los resultados mencionados dejan una gran preocupación ya que ninguna de las entidades bancarias más fundamentales en Colombia no es viable invertir debido al alto un nivel de riesgo a en el mercado bursátil. Si el sector financiero colombiano llegase a entrar en crisis esto conllevara distintos problemas tanto económicos, sociales u políticos en Colombia.

Respecto al análisis que hemos realizado de los modelos ARCH y GARCH se llega a la conclusión que estos modelos poseen la capacidad de predecir la volatilidad de corto y de mediano plazo que tiene una acción, así entonces cuando se estimó el modelo ARCH y GARCH se estableció la volatilidad histórica ponderada para realizar estimaciones precisas de los rendimientos esperados de la acción de Davivienda. Se destaca que el proceso que permitió estimar un buen modelo de pronóstico y la volatilidad condicional heterocedasticidad es un modelo GARCH (2,0,2). El modelo tiende a considerar el efecto apalancamiento, es decir, después de la fuerte volatilidad inesperada en el mercado, a menudo habrá un período con las mismas características se tiende a que también habrá un período estable.

9. Recomendaciones

1. El inversionista debe tener en cuenta antes de una toma de decisión las diferentes variables que puedan afectar el rendimiento de un activo tanto a corto, mediano o largo plazo, asimismo realizar constantes revisiones del comportamiento de las inversiones

2. Emplear la teoría de portafolios para estructurar portafolios de inversión eficientes, es importante a la hora de invertir, ya que con base en esta teoría financiera se puede tomar una decisión más certera.
3. El inversionista debe contextualizarse sobre el país de origen del activo en el que desea invertir con el fin de hacer un estudio más extenuante y certero.
4. La familia ARCH y GARCH, son los que mayor capacidad de modelación de la volatilidad ofrecen y que nos ayudan a tomar una mejor decisión en mediano plazo.

Referencias bibliográficas

- Alvares, I. (2009). *Finanzas estratégicas y creación de valor*. Bogota : Finacial Publishing.
- Amezcuca, G., & Celorio, S. (2012). *Teoría del Riesgo Selección de un Portafolio de Inversión*. Mexico: universidad de las americas.
- Asenjo, P., & Praetorius, S. (2006). *Optimizacion de modelos GARCH a traves de algoritmo genetico*. Santiago: Universidad de Chile.
- Bancolombia. (2019). *Bancolombia S.A.S*. Obtenido de https://www.sas.com/content/dam/SAS/es_co/doc/other1/bancolombia-caso-exito.pdf
- Bello, G. (2006). *Aspectos especulativos en el mercado muldial de divisas*. Caracas: Universidad catolica andres bello.
- Brugger, S., & Ortiz, E. (2012). *Mercados accionarios y su relacion con la economia real en america latina*. Mexico: instituto Mexicano de Gobernanza Ambiental.

- Casas, M., & Cepeda, E. (2007). *Modelos ARCH, GARCH y EGARCH*. Bogota: Universidad de los andes.
- Diaz, G. (2010). *Los riesgos del mercado y su incidencia en los portafolios de inversiones de las economías domésticas*. bogota: Universidad Nacional de Colombia.
- Dueñas, A., Prieto, K., & Sanchez, J. (2017). *Análisis de rentabilidad y riesgo de un portafolio de inversión ,aplicando el modelo de Harry Markowitz*. Bogota, Colombia: Universidad Católica de Colombia.
- Esmaili, S. (2015). *Efectos del tipo de cambio* . Univerdidad peruna de ciencias aplicadas.
- Franco, L., Avendaño, C., & Barbutin, H. (2011). *Modelo de Markowitz y modelo Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión*. Medellín: Instituto tecnológico metropolitano.
- Galicia, A., Coria, A., & Flores, M. (2017). *Volatilidad estocástica del tipo de cambio , impacto y desequilibrio en la economía Mexicana*. ciudad de mexico: Universidad autónoma metropolitana.
- Gonzales, A., & Viñas, B. (2008). *Estimación de la volatilidad condicional en el mercado de divisas con modelos de la familia GARCH*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Graham, B., & Dodd, D. (1934). *Security Analysis* . Estados Unidos : Casa Whittlesey,.
- Irequi, A., Melo, L., Ramirez, M., & Delgado, C. (2013). *El efecto de la volatilidad y del desalineamiento de la tasa de cambio real sobre la actividad de las empresas en colombia*. Bogota: Banco de la republica.
- Kolm, P., Faboz, Forcardi, S., & Pachamanova, D. (2007). *Robust Portfolio Optimization and Management*. Wiley, New Jersey.
- Miera, L., & Zubia, M. (2002). *El modelo de Markowitz en la gestión de carteras*. España: Universidad del País Vasco-Euskal.
- Montenegro, R. (2010). *Medicon de volatilidad en series de tiempo financieras* . Bogota : Universidad catolica de colombia .
- Otero, R., & Hernandez, J. (2020). *Davivienda*. Obtenido de <https://sostenibilidad.davivienda.com/wp-content/uploads/2021/03/Banco-Davivienda-Informe-Anual-2020.pdf>
- Perelló, P., & Climent, S. (2020). *Gestión eficiente de carteras: modelo Markowitz y el IBEX-35*. valencia: Universidad de valencia.
- Prado, C. (2020). *Informe de gestión y estados financieros* . Bogota: Banco de occidente .
- Riaño, L. (2019). *Informe anual*. Bogota: BBVA.
- Superintendencia Financiera de Colombia*. (12 de enero de 2019). Obtenido de <https://imgcdn.larepublica.co/cms/2019/03/12183910/Informe-Sector-Financiero.pdf>

- Tamayo, J. (2013). *IMPACTO SOBRE EL MERCADO DE VALORES Y DIVISAS COLOMBIANO* . Bogota: Universidad de la Sabana.
- Tamayo, J. (2013). *Impacto sobre el mercado de valores y divisas colombiano de los hechos que afectaron en el mercado accionario estadounidense durante la primera decada del siglo XXI*. Bogota: Universidad Sabana.
- Torres, L. (2016). *Conformacion de un portafolio eficiente segun la teoria de markowitz*. sogamoso : Universidad pedagogica y teconologica de colombia .
- Uribe, T., & Sanchez, A. (2018). *Grupo Aval*. Obtenido de <https://www.grupoaval.com/repositorio/grupoaval/inversionistas/mercados-externos/resultados-anuales/2017/201803-Grupo-Aval-Presentacion-Corporativa.pdf>
- Vergara, J., & Cervantes, M. (2012). *Portafolios de inversion : una alternativa para le aprovechamiento de los recursos remanentes de tesoreria* . Bogota: Universidad del rosario.
- Zuberldia, A., Zalbalza, L., & Zubiaurre, M. (2002). *El modelo Markowitz en la gestion de carteras* . Iejona: Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea.

Anexos

1. Revisión de literatura

AUTOR	AÑO	TITULO DEL ARTICULO	METODOLOGIA	RESULTADOS
Franco, Avendaño, y Barbutin	2011	Modelo de Markowitz y modelo Black-Litterman en la optimizacion de portafolios de inversion	Modelo de Markowitz y modelo Black Litterman	Realizan un estudio reflexivo sobre las desventajas del modelo de Markowitz en situaciones reales, y se presenta el modelo de Black-Litterman como alternativa metodológica que contribuye a neutralizar algunas de esas desventajas y permite maximizar el rendimiento esperado, generando un

AUTOR	AÑO	TITULO DEL ARTICULO	METODOLOGIA	RESULTADOS
				portafolio más eficiente, estable y diversificado, llegando así a la conclusión de que el modelo de Markowitz como referente teórico en la optimización de portafolios es de gran utilidad para los analistas y gestores de inversiones, ya que ha proporcionado portafolios con mejor desempeño que los índices de referencia del mercado; sin embargo, cabe aclarar que el éxito en su aplicación depende de la correcta estimación de los rendimientos esperados de los títulos y de sus covarianza
Samuel Brugger y Edgar Ortiz	2012	Mercados accionarios y su relación con la economía real en América Latina	a) Análisis de raíces unitarias; b) Análisis de cointegración, c) Prueba de mecanismo de corrección de error,	Examinaron el desempeño de las bolsas de valores latinoamericanas con su economía real, encontraron que el mercado accionario de Sao Paulo fue el más rentable y el de menor crecimiento fue el Argentino. De acuerdo a la prueba de Johansen, los rendimientos de los índices bursátiles y la variación porcentual en el PIB mantienen a largo plazo una relación de equilibrio en los cuatro casos y así mismo encontraron que la bolsa influye en el desarrollo económico, pero este no influye en el desempeño de la bolsa.
Caldas	2012	Macroeconómico ambiental,	mínimos cuadrados ordinarios	Los resultados sugieren que la

AUTOR	AÑO	TITULO DEL ARTICULO	METODOLOGIA	RESULTADOS
		country risk and.	(MCO)	política monetaria y la gestión de la deuda pública, así como la credibilidad del régimen de metas de inflación y la reputación del banco central afectan el riesgo país y el principal índice brasileño del mercado de valores (IBOVESPA). Por otra parte, el resultado sugiere nuevas ideas acerca de la influencia de las políticas económicas sobre la economía; señalando que una menor percepción de riesgo país por los inversores basado en la mejora de los fundamentos macroeconómicos, alienta el ingreso de los agentes económicos en el mercado de valores brasileño.
Tamayo	2013	Impacto sobre el mercado de valores y divisas colombiano de los hechos que afectaron en el mercado accionario estadounidense durante la primera década del siglo XXI	Modelos ARCH -GACRH	En esta investigación se planteo como objetivo determinar el impacto del mercado accionario Estadounidense sobre el mercado de valores de divisas colombiano, para un periodo de estudio del siglo XXI , mediante un análisis e comportamiento de la renta variable , fija y la cotización del dólar frente al peso colombiano uno de sus principales objetivos específicos Describir el comportamiento del mercado de acciones, renta fija y del dólar/peso durante los últimos 10 años (2000-2010) y por otro lado analizan los efectos para una PYME, en términos financieros, de obtener recursos a través del mercado de capitales, debido al objetivo de la investigación se deduce que la metodología es un trabajo

AUTOR	AÑO	TITULO DEL ARTICULO	METODOLOGIA	RESULTADOS
				analítico y se llegó a la conclusión que el mercado de la renta variable de Colombia fue el más sensible ante la crisis de Estados Unidos
Ling T.He	2013	Mean reversion of volatility around extreme stock returns: evidence from u.s. stock indexes	Varianza / desviación estándar, asimetría y curtosis,	Comenta que en estudios anteriores se menciona que los principales mercados bursátiles mundiales están estrechamente relacionados entre sí y no son los precios y la volatilidad efectos secundarios significativos entre los diferentes mercados en el mundo. Los resultados de su estudio ilustran reversiones notables en el impulso de la volatilidad, la concentración y el nivel entre períodos antes y después de los rendimientos extremadamente altos de las acciones, así como fuertes reversiones de volatilidad, después de rendimientos muy negativos de las acciones.
Galicia, Coria, y Flores	2017	volatilidad estocástica del tipo de cambio, impacto y desequilibrios en la economía Mexicana	Modelos ARCH-GARCH	Se realiza un análisis sobre la cotización del dólar durante el periodo 2000 – 2016 con el objetivo de seleccionar un modelo estocástico que especifique los impactos de la variación del precio en la economía Mexicana, aplicando como metodología los modelos ARCH -GARCH con el fin de estudiar la volatilidad, posteriormente se concluye que el modelo GARCH representa con mayor precisión de los cambios de volatilidad de la paridad cambiaria
Torres	2016	CONFORMACIÓN DE UN PORTAFOLIO EFICIENTE SEGÚN LA TEORÍA DE MARKOWITZ A PARTIR DEL ANÁLISIS DE LAS ACCIONES MÁS REPRESENTATIVAS QUE COTIZAN EN LA BOLSA DE VALORES DE	Modelo Markowitz y modelo CAMP	En esta investigación aplicar las diferentes teorías que se han desarrollado a lo largo de la historia como base en la administración de inversiones, para este caso específico se analizará y aplicarán los postulados de la teoría de portafolios a partir del estudio de una serie de títulos de renta variable

AUTOR	AÑO	TITULO DEL ARTICULO	METODOLOGIA	RESULTADOS
		COLOMBIA, SEGÚN ÍNDICE COLCAP DE LOS ÚLTIMOS 3 AÑOS		
Perelló & Climent	2020	Gestion <i>eficiente de carteras: modelo Markowitz y el IBEX-35</i>	Modelo de markowitz	en su trabajo construyeron una frontera eficiente de acuerdo con el modelo de Markowitz para ello se basan en datos históricos de IBEX-35 con el fin de crear carteras con menor volatilidad que los títulos que forman el mercado, los resultados de este trabajo llegan a la conclusión que ninguno de los intervalos forman parte de alguna cartera eficiente, esto no quiere decir que sean activos malos o que tengan poca rentabilidad, es simplemente debido al tipo de relación que tienen con el resto de títulos

2. script en r-studio

```
attach(BDR)
names(BDR)
BDR
plot(DAVIVIENDA, main="precios de cierre ", type="l", col="blue")
## RENDIMIENTOS DE BDR
## series de tiempo
davivienda_ts <- ts (BDR$`RETORNOS DAVIVIENDA` , start = c(2011,1,1),
end=c(2020,12,30), frequency = 365)
plot(davivienda_ts, main="Rendimientos Davivienda", col="red")
### estimar el modelo
davivienda.mean <- dynlm(davivienda_ts ~ 1, data = BDR)
summary(davivienda.mean)
arima22=arima(davivienda_ts, order= c(2,0,2))
## calcular los residuales al cuadrado
```

```

rescuad <- resid(arima22)^2
rescuad
plot(rescuad)
## regresion con los residuales al cuadrado
davivienda_arch <- dynlm(rescuad ~ L(rescuad, 1:5), data = BDR)
summary(davivienda_arch)
## prueba arch
acf.davivienda <- Acf(rescuad, main="ACF Residuales al cuadrado", lag.max = 100,
ylim=c(-0.5,1))
pacf.davivienda <- pacf(rescuad, main="PACF Residuales al cuadrado", lag.max = 100,
ylim=c(-0.5,1))
##3 modelo GARCH
g_davivienda=ugarchspec()
g_davivienda
####
g_davivienda2 <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(2,2)))
g_davivienda2
## estimar el modelo
ARCH_davivienda = ugarchfit(spec = g_davivienda2, data =
(davivienda_ts))ARCH_davivienda
## imprimir la varianza
ARCH_davivienda@fit$coef
## imprimir la varianza
varianza=ARCH_davivienda@fit$var
residuals_davivienda=(ARCH_davivienda@fit$residuals)^2
plot(residuals_davivienda,type="l")
lines(varianza, col="green")
#### pronostico del modelo
pronostico = ugarchforecast(ARCH_davivienda, n.ahead = 30)

```

pronostico